



T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

**BAZI TOPOLOJİK KUSURLARIN UZAY-ZAMAN
GEOMETRİSİNİN $f(R, T)$ TEORİDE İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

NEVRUZ TAŞ

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Can AKTAŞ

ÇANAKKALE – 2022



T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

**BAZI TOPOLOJİK KUSURLARIN UZAY-ZAMAN GEOMETRİSİNİN $f(R, T)$
TEORİDE İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

NEVRUZ TAŞ

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Can AKTAŞ

Bu çalışma, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri
Koordinasyon Birimince Desteklenmiştir.

Proje No:FYL-2020-3267

ÇANAKKALE – 2022

ETİK BEYAN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kuralları'na uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında; tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı, bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu, bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi taahhüt ve beyan ederim.

Nevruz TAŞ
30/11/2022

TEŞEKKÜR

Bu tezin yazım aşamasındaki sÜreçte, çalıŐmalarım süresinde benden yardımlarını esirgemeyen saygı değer danışman hocam Doç. Dr. Can AKTAŞ, çalışma süresince her konuda yardımını aldığım değerli arkadaŐlarım Sinem KALKAN'a ve Cihan KÖMÜRÇÜ'ye ayrıca hayatımın her anında bana destek çıkan ve her konuda arkamda olan değerli aileme sonsuz teŐekkürlerimi sunarım.

Nevruz TAŞ
Çanakkale, Kasım 2022



ÖZET

BAZI TOPOLOJİK KUSURLARIN UZAY-ZAMAN GEOMETRİSİNİN $f(R, T)$ TEORİDE İNCELENMESİ

Nevruz TAŞ

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Can AKTAŞ

30/11/2022, 32

Bu çalışmada, evrenin genişlemesi, oluşum süreçleri daha sonra topolojik kusurlar olan sicim madde, domain wall madde, monopol maddenin oluşumları üzerinde durulmuştur.

İkinci bölümde literatür taraması yapılmıştır.

Üçüncü bölümde Einstein'ın Genel rölativite teorisinin modifiye edilmiş şekillerinden biri olan $f(R, T)$ teori metrik ve tensörler yardımıyla irdelenmiş ve günümüz evreni ile büyük ölçekte tutarlı olan FRW metriğinin denklemi ayrıca sicim, domain wall ve monopol madde için durum denklemleri verilmiştir.

Dördüncü bölümde sicim madde ve domain wall maddenin fiziksel çözümlerini inceledik.

Son olarak elde edilen bulgular grafikler yardımıyla incelenmiştir.

Anahtar sözcükler: $f(R, T)$ Teori, FRW (Friedmann Robertson Wolker) Metriği, Topolojik Kusurlar; Sicim, Domain wall, Monopol

ABSTRACT

INVESTIGATION OF THE SPACE-TIME GEOMETRY OF SOME TOPOLOGICAL DEFECTS ON $f(R, T)$ THEORY

Nevruz TAŞ

Çanakkale Onsekiz Mart University

School of Graduate Studies

Master of Science Thesis in Department Of Mathematic

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Can AKTAŞ

11/30/2022, 32

In this study, the expansion of the universe, its formation processes and then the formation of topological defects such as string matter, domain wall matter, and monopole matter are emphasized.

In the second part, literature review was made.

In the third chapter, $f(R, T)$ theory, which is one of the modified forms of Einstein's General theory of relativity, is examined with the help of metrics and tensors, and the equation of the FRW metric, which is consistent with today's universe on a large scale, and the state equations for string, domain wall and monopole matter are given.

In the fourth chapter, we examined the physical solutions of string matter and domain wall matter.

Finally, the findings were analyzed with the help of graphics.

Keywords: $f(R, T)$ Theory, FRW (Friedmann Robertson Walker) Metric, Topological Defects; String, Domain wall, Monopole

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
JÜRİ ONAY SAYFASI	i
ETİK BEYAN	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	viii
TABLolar DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
BİRİNCİ BÖLÜM	
GİRİŞ	
1.1 Giriş.....	1
İKİNCİ BÖLÜM	
ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	
2.1 Önceki Çalışmalar	5
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	
MATERYAL VE METOT	
3.1 Metrik ve Tensörler	7
3.2 $f(R, T)$ Alan Denklemleri	10
3.3 Kovaryant ve Kontravaryant Vektör.....	12
3.3.1 Kovaryant, Kontravaryant ve Karışık Tensör	12
3.4 FRW Metriği.....	13
3.5 Topolojik Kusurların Enerji Momentum Tanımları	16
3.5.1 Sicim madde için standart enerji-momentum tensörü:	16
3.5.2 Domain wall madde için standart enerji - momentum tensörü:	17
3.5.3 Monopol madde için standart enerji- momentum tensörü:	18
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	
ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA	
4.1 Sicim Madde için Çözümler	20
4.2 Domain Wall Madde için Çözümler	22

BEŞİNCİ BÖLÜM
SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1	FRW metriğinde sicim madde için sonuçlar	24
5.2	FRW metriğinde domain wall madde için sonuçlar	27
	KAYNAKLAR	30
	ÖZGEÇMİŞ	I



SİMGELER VE KISALTMALAR

G_{ik}	Einstein alan tensörü
g_{ik}	Metrik tensörü
Γ_{kj}^i	Christoffel sembolleri
R_{jkl}^i	Riemann tensörü
R_{ij}	Ricci tensörü
R	Ricci skaleri
Λ	Kozmolojik terim
G	Gravitasyonel sabit ($6,67 \cdot 10^{-8} \text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{sn}^{-2}$)
c	Işık hızı
T_{ik}	Enerji-momentum tensörü
FRW	Friedmann Robertson Wolker uzay-zamanı
u_i	4'lü hız vektörü
H	Hubble parametresi
q	Frenleme parametresi
a	Ölçek faktörü
p	Madde basıncı
ρ	Madde enerji yoğunluğu
λ	Sicim gerilimi
x^i	Sicim yönü
σ^2	Shear skaleri
p_m	Domain wall maddenin basıncı
ρ_m	Domain wall maddenin enerji yoğunluğu
σ_w	Domain wall maddenin gerilimi

TABLolar DİZİNİ

Tablo No	Tablo Adı	Sayfa No
Tablo 1	Krönecker delta değerleri	10
Tablo 2	Sicim madde için niceliklerin limit durumları.....	27
Tablo 3	Bazı niceliklerin limit durumları	29



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil No	Şekil Adı	Sayfa No
Şekil 1	Kapalı evren ($k = 1$), düz evren ($k = 0$) ve açık evren ($k = -1$).....	4
Şekil 2	Ölçek faktörünün zamana bağlı değişimi.....	24
Şekil 3	Enerji yoğunluğunun zamana bağlı değişimi	25
Şekil 4	Kozmolojik terimin zamana bağlı değişimi.....	25
Şekil 5	Frenleme parametresinin zamana bağlı değişimi	26
Şekil 6	Hubble parametresinin zamana bağlı değişimi	26
Şekil 7	Frenleme parametresinin zamana bağlı değişimi	27
Şekil 8	Enerji yoğunluğunun kozmik zamana bağlı değişimi.....	28
Şekil 9	σ_m domain wall maddesinin kozmik zamana göre değişimi.....	28
Şekil 10	Kozmolojik terimin kozmik zamana bağlı değişimi	29

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. Giriş

Evrenin ilk oluşum aşamasındaki fiziksel durum günümüzde hala bilim insanlarının tartışma konusudur (İnan, 2003). Gökadalar ve gökada kümeleri, az yoğunluk dalgalanmalarından kaynaklanan yerçekimi kararsızlığıyla evrimleşme sürecine girmiştir. Oluşan ilk dalgalanmaların kaynağı, çözülmemiş büyük kozmolojik sorunlardan biridir. Erken evrendeki faz geçişi sırasında bazı yoğunluk dalgalanmaları üretilebilir. Gökbilimciler evrenin ilk zamanlarda belli bir aralıkta çok hızlı genişleme gösterdiğini sonra bu hızın yavaşlayıp bugün ki düzeyinde altına düştüğünü ve sonra yeniden yükseldiğini gözlemlemişlerdir (Sunay, 2014). Evrenin bir zamanlar genişleme hızının düşük ve yüksek olduğu zamanların aslında birbirlerine çok yakın tarihler olduğu ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak yapılan ölçümlere göre büyük patlamanın günümüzden $13,77 \pm 0.059$ milyar yıl önce olduğu bilgisine varılmıştır (Sunay, 2014). Büyük patlamadan sonra Planck zamanı olan 10^{-43} saniye evrenin ilk evresi olarak bilinir. Planck zamanında doğada bulunan dört temel kuvvet dediğimiz (kütle çekim, elektromanyetik, güçlü ve zayıf nükleer kuvvet) birlikte bulunuyordu. Daha sonraki zamanlarda evrenin genişleme hızı düştükçe dört temel kuvvetin birbirinden ayrıldığı gözlenmiştir. Yapılan çalışmalarda ilk olarak kütle çekim ve güçlü nükleer kuvvetin ayrıldığı görülmüştür. İkinci evrede evren $10^{-43}s \leq t \leq 10^{-35}s$ zaman aralığındadır. Bu zaman aralığında evren genişlemeye başlar. Monopol ve kozmik sicim olan topolojik kusurların oluşumu görülür. $10^{-35}s \leq t \leq 10^{-11}s$ zaman aralığında ise elektromanyetik ve zayıf nükleer kuvvet birbirinden ayrılma göstermiştir.

Evrenin ilk oluşum sürecini anlayabilmek için bilim insanlarının yaptıkları çalışmaları sonucunda Büyük Birleşim Teorisi'ni (Grand Unification Theory (GUT)) ortaya atmışlardır. Teoriye göre çok yüksek enerjilerde fazla birleşmenin gerçekleşebileceği varsayılır. Bu teorinin amacı doğada birbirinden ayrılan dört kuvveti tekrar birleştirmektir. Büyük Birleşim Teorisi'ne göre evren ilk anlarındaki yüksek sıcaklık evresinden (simetrik evre), düşük sıcaklık evresine (bozuk simetrik evre) geçişi sırasında bazı simetri kırılmalarının oluşumu meydana gelmiştir. Bu kırılmalar evrende bazı topolojik kusurların oluşmasına sebep olmuştur (Vilenkin ve Shelleard, 1994). Topolojik kusurlar, bir ferromanyet içindeki ayırık manyetik dipol oryantasyonları gibi önemini kaybetmemiş olan

bir dejenere zemin durumuna yol açan bazı simetri kırılma durumu ile ilişki içerisinde. Isı dengesinin içinde ve dışında yoğunlaşmış madde sistemlerinde ortaya çıkabilirler. Topolojik kusurları ilk sınıflandırma işlemi 1976 yılında Kibble tarafından yapılmıştır (Kibble, 1976). Bu topolojik kusurlar; bir boyutlu sicimler, iki boyutlu domain wall maddeler, sıfır boyutlu monopoller ve texturlar olarak isimlendirilir (Vilenkin ve Shelleard, 1994). Sicimlerin silindirik simetri bozulmaya uğradığında oluşan eksenle ilgili bir boyutlu doğrular olduğu düşünülmektedir. Ufuktan daha büyük ölçeklerde, sicimlerden kaynaklanan yoğunluk dalgalanmaları, madde ve radyasyon yoğunluğuna denk gelen varyasyonlarla dengelenir. Monopol maddenin kuzey ve güney olan manyetik yüklere sahip küresel simetri bozulduğunda oluşan küp şeklinde kusurlar olduğu düşünülmektedir (Vilenkin ve Shelleard, 1994). Bunun yanında, dengeleme göstergesi alanların varlığı olmadığı sürece, küresel monopol maddenin toplam enerjisi doğrusal olarak birbirinden farklıdır. Monopoller ağır nesnelere olarak da adlandırılır. Monopolollerin yerçekimi kütesinin negatif bir değere sahip olduğu çalışmalar sonucu görüldü. Domain wall madde bir ayrık simetri faz geçişi sırasında oluşan iki boyutlu zarlardır. Domain wall madde, ayrık bir simetri kendiliğinden kırıldığı zaman erken evrende oluşacak olan tabaka benzeri topolojik kusurlardır Vilenkin ve Shelleard (1994). Ayrık simetriten, Standart Model (SM) ötesinde yüksek enerjili fizikte her yerde var olacağından, birçok yeni fizik modeli, erken evrendeki domain wall oluşumunu ifade eder. Genel olarak düşünüldüğü zaman, domain wall oluşumu kozmolojideki bir sorun olarak kabul edilir, nedeni enerji yoğunluğunun yakında gözlem sonuçlarıyla çelişki içeren evrenin toplam enerji yoğunluğuna hakim olmasıdır. Bunun yanında, domain wall maddenin denge halinde olmaması durumunda göz önüne alınabilir. Topolojik kusurların kozmolojik evrimleri göz önüne alındığı zaman, enerji ölçekleri laboratuvar deneylerinde tahmin edilenden çok daha yüksek olmasına rağmen, bu modellerde bazı sınırlandırmalarını ortaya çıkarmak mümkündür. Günümüz evren modelinde sicimlerin varlığında dair herhangi bir kanıt yoktur. Buna göre, evrenin sicimlerin evrimleşen ve parçacık yoğunluklu bir zamana dönüşen kozmolojik modelleri fiziksel ilgi konusudur. Mataverse (1988), yerçekimi alanının kaynağı olarak iki parametrelili klasik sicimlerden oluşan bir durum ile Einstein alan denklemlerinin çözümlerini bir arada ele almıştır (Sharma ve Singh, 2014). Witten, yüklü uyarı sonucu kozmik sicimler üzerine hapsolmesinin olasılığını ve sonuçlarını ortaya koydu. Bu yük taşıyıcılar fermanyonik veya bozonik olabilir ve sicim maddeyi süper iletken haline getirirler. İnce çekimsel etkiye sahip “normal” kozmik sicimlerden farklı olarak, süper iletken olan sicimlerin elektromanyetik etkileri gözlem sonucu ortaya çıkabilir.

Son dönemlerde üzerinde durulan önemli çalışmalardan biri de evrenin ivmelenerek genişlediği yönündedir (Riess, 1998). Evreni büyük ölçüde ele alan teori Einstein'ın Genel Rölativite (GR) teorisidir. Einstein'ın 1916 yılında ortaya koyduğu bu teori güneşin çekim alanında ışığın hafif bükülmesi, Merkür'ün gezegeninin yörüngesinden sapma, gravitasyonel kırmızıya kayma konuları gibi bir çok farklı gözlem sonucu ele almasına rağmen evrenin ivmelenerek genişlemesini açıklamada yetersiz kalmıştır. Einstein ele aldığı çalışmalarda evrenin hareketsiz olduğunu düşünmüştür. Bu yüzden alan denklemlerine kozmolojik terimi ekleme gereği duymuştur. "Kozmolojik terim" kozmik ivmeyi açıklamak amacıyla Einstein tarafından ele alınmış en basit ve doğal adaydır, ancak teori ve gözlemler arasında ciddi sorunlarla ve büyük bir tutarsızlıkla karşı karşıya kalmıştır (Kiran ve Reddy, 2013). Bu nedenle, son yıllarda yapılan çalışmalarda Einstein-Hilbert'in genel görelilik teorisinin geometrik kısmını değiştirerek karanlık enerji modellerinin oluşturulmasına ilgi fazla olmuştur. Edwin Hubble 1929 senesinde Wilson dağında yaptığı gözlemlerle uzak gökadalardan ışığının kırmızıya kaydığını ve bu gök adaların dünyadan uzaklaştığını gözlemlemiştir (Hubble, 1929). Böylece Hubble'ın Wilson dağında yaptığı gözlemler sonucunda genişleyen evren modeli Einstein'ın durağan evren modeli düşüncesini geçersiz kılmıştır. Einstein evrenin genişlediğine dair yapılan çalışmalardan sonra alan denklemlerine eklediği kozmolojik terimi çıkarmıştır. Daha sonra Gamow (1970), Einstein ile kozmolojik sorunları tartışırken, kozmolojik terimin "Hayatımın en büyük hatası" olarak adlandırdığını söylemiştir (Gamow, 1970).

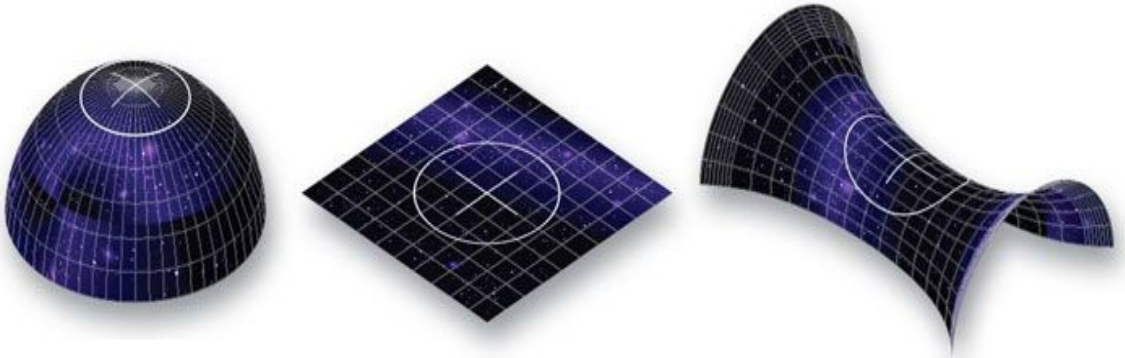
Evrenin genişlemesine dair yapılan gözlemlere rağmen genişlemeye hangi maddelerin sebep olduğu hala tam olarak açıklanmış değildir. Fakat son zamanlarda yapılan gözlem sonuçlarına dayanılarak bu genişlemeye sebep olan maddenin evrenin %23'ünü oluşturan karanlık madde ve %73'ünü karanlık enerjinin sebep olduğu düşünülmektedir (Övgün, 2017). Karanlık enerji olarak düşünülmesinin sebebi, şu ana kadar tutarlı herhangi bir kuantum yerçekimi teorisine sahip olunmamasıdır. Karanlık madde için yapılan söylemlerden biri büyük patlama sırasında meydana gelmiş, birkaç proton kütlelerinde nötrinoya benzeyen atom altı parçacık olduğu yönündedir. Karanlık enerji ise yarattığı kütleçekim kuvvetinin bildiğimiz kütleçekim kuvvetine ters yönde işlediği ve Evren'in ivmelenme hızını arttırdığı düşünülmektedir (Sunay, 2014).

Einstein'ın 1916 yılında ortaya koyduğu GR teorisi uzay-zaman geometrisi ile madde arasındaki ilişkiyi ifade etmektedir. Evrenin ivmelenerek genişlediğini Hubble 1929'da gösterdikten sonra bilim insanları Einstein'ın GR teorisini modifiye ederek bazı alternatif gravitasyon teorileri ortaya koymuşlardır. Bu teorilerden bazıları $f(R)$ teori, $f(G)$

teori, Brans-Dicke teori, Lyra teori, Creation Field teori, $f(R,T)$ teori gibi vb. teoriler sıralanabilir.

$f(R,T)$ teori, 2011 yılında Harko ve ark. çalışmaları sonucunda ortaya atılan güncel teorilerden biridir. $f(R,T)$ teori standart Einstein-Hilbert denkleminin R , Ricci skaleri yerine R ve T ye bağlı keyfi fonksiyonlar ile değiştirilerek elde edilmiştir (Harko vd., 2011).

Günümüz kozmolojisinin önemli çalışmalarından biri evrenin büyük ölçekli yapısıdır; yani gökadalardan, gökada kümelerinin ve süper kümelerin oluşumları ve evrimleridir. Evrenin temel özelliği eş yönlü (izotropik) olmasıdır. Evrenin bir başka özelliği de her bölgesinin, her köşesinin benzer olmasıdır yani homojen özelliğe sahip olmasıdır (Sunay, 2014). Bu duruma uygun günümüz homojen ve izotropik evrenini en iyi açıklayan evren modeli FRW uzay-zaman modelidir. Bu FRW uzay-zaman evren modelinin sahip olduğu k eğrilik sabiti $-1, 0, +1$ değerlerini alabilir. Burada $k = -1$ olduğu durumda evren açık (hiperbolik, negatif eğrilik), $k = 0$ değerinde evren düz (sıfır eğrilik) ve $k = +1$ değerinde evrenin kapalı (küresel, pozitif eğrilik) modeli ifade edilir.



Şekil 1. Kapalı evren ($k = 1$), düz evren ($k = 0$) ve açık evren ($k = -1$)
(Yazıcı, 2014)

Şekil 1 modellerinde $k = -1$ açık modelinde evrendeki genişlemenin sonsuza kadar sürecek ve durmayacak olması, $k = 0$ düz modelinde evren sonsuza kadar genişleyecek ve sonsuzda duracaktır, $k = +1$ kapalı evren modelinde kritik bir büyüklüğe kadar evren genişleyecek daha sonra evren çökmeye başlayacak, yani başlangıç noktasına dönecektir durumları modellerle gösterilmiştir.

İKİNCİ BÖLÜM

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

2.1. Önceki Çalışmalar

$f(R, T)$ teori ile ilgili bilim insanları pek çok çalışma yapmıştır. Bunlardan bazıları; Sahoo (2016) $f(R, T)$ gravitesinde sicim kaynaklı bianchi-III ve bianchi-VI0 kozmolojik modelini çalışmışlardır. Kanakavalli ve Ananda Rao (2016) $f(R, T)$ gravitesinde LRS bianchi-I metriğinin kozmolojik modelini incelemişlerdir. Sharma ve Singh (2014) $f(R, T)$ gravitasyonda manyetik alanlı bianchi tip II sicim kozmolojik modelini incelemişlerdir. Rani (2014) $f(R, T)$ gravitasyonda ideal akışkan madde dağılımı için bianchi tip III magnetize edilmiş sicim kozmolojik modelini çalışmışlardır. Naidu (2013) $f(R, T)$ gravitasyon teorisinde bianchi-V toplu viskoz sicim kozmolojik modelini ele almışlardır. Pradhan ve Jaiswal (2018) $f(R, T)$ kütleçekim teorisinde evrenin hızlandırılmış genişlemesinin manyetize sicim kozmolojik modellerinin bianchi V modelini çalışmışlardır. Kiran ve Reddy (2013) $f(R, T)$ yerçekiminde bianchi-III toplu viskoz sicim kozmolojik modelinin yokluğunu ele alarak çalışmışlardır. Katore ve Hatkar (2016) Katore ve ark. bianchi II-VIII ve IX metriği için $f(R, T)$ teorisinde domain wall maddesini incelemişlerdir. Katore ve Hatkar (2016), değiştirilmiş $f(R, T)$ gravitasyonu çerçevesinde domain wall , bianchi-III ve Kantowski-Sachs kozmolojik modellerini ele alarak çalışmalarını sürdürmüşlerdir. Yılmaz (2006), sicim maddesi ve domain wall maddesine bağlı kuark maddesi için Kaluza-Klein kozmolojik modelini genel görelilik bağlamında incelemiştir. Tivari (2017) 5D metrikte domain wall ile geçiş kozmolojik modellerini incelediler. Agrawal ve Pawar (2017) $f(R, T)$ yerçekimi teorisinde manyetik domain wall maddesini kullanarak Bianchi-V uzay-zamanını incelediler. Shaikh ve Wankhade (2018), $f(R, T)$ yerçekimi teorisinde Riemann uzay-zamanında domain wall kozmolojik modelini incelediler. Rani ve Santhi (2019), Bianchi tip-II, VIII ve IX $f(R, T)$ yerçekimi teorisinde domain wall ile mükemmel akışkan kozmolojik modelini incelediler. Barros ve Romero (1995) Brans-Dicke teorisinde kozmik vakum sicimleri ve domain wall maddesini çalışmışlardır. Vilenkin ve Shellard (1994) 1994'de topolojik kusurlardan sicim madde, domain wall madde ve diğer topolojik kusurları ele almışlardır. Ayrıca Vilenkin ve Shellard (1994) sicim madde ve domain wall madde çözümlerini farklı uzay zaman modellerinde çalışmışlardır ve kütle çekim alanında sicim madde ve domain wall madde üzerinde çalışma yapmışlardır. Brans-Dicke teoride Barros ve Romero (1995) domain wall

ve sicim maddeyi araştırmışlardır. Kallosh (2001) domain wall ile iliştirilmiş sicim maddeyi incelemişlerdir. Nisha (2018) $f(R, T)$ teorisinde FRW evren modelinde kırmızıya kayma ile ilgili çeşitli kozmolojik çıkarımlar elde etmiştir. Taşer (2020), $f(R, T)$ yerçekimi teorisinde mkemmek akışkan varlığında konformal simetrik FRW metriğini incelemiştir. Aktaş vd. (2018) Λ ile $f(R, T)$ yerçekiminde skaler alan kozmolojisini FRW metriğinde çalışmışlardır. Ratbay (2012), $f(R, T)$ yerçekiminde FRW kozmolojisini ele alarak çalışma yapmıştır. Sofuoğlu ve Akıllı (2022) mkemmek bir akışkan için $f(R, T) = R + \alpha T + 2\beta T$ teorisinde FRW metriğini sayısal analizlerle incelemişlerdir ve modifiye edilmiş alan denklemlerini ozmek için, enerji yoğunluğu ve basıncın fonksiyonel formlarını ermeye dayalı yeni bir ozm yöntemi kullanmışlardır. Tivari (2021) değişen yavaşlama parametresinin hubble parametresiyle ters orantılı özel bir formu benimsenerek evrenin yavaşlayan genişleme evresinden hızlanan evreye geçişini $f(R, T)$ teorisinde FRW metriğini ele alarak incelemişlerdir. Anirudh (2022) Barrow holografik karanlık enerjisi ile gözlemsel veriler altında transit kozmolojik modelin davranışlarını genelleştirerek Brans Dicke teorisinde düz olmayan bir FRW evreninde alan denklemleri için kesin ozmler elde etmek için ölçek faktör alanını $\phi = \phi_0(t^\beta e^{\alpha})^m$ olarak kabul edip inceleme yapmışlardır. Daha sonra α ve β model parametrelerinin değerleri, $0 \leq z \leq 2.36$ aralığında 46 gözlemsel Hubble verisi (OHD) noktasının en iyi uyumuyla elde edilip elde edilen model açık, düz ve kapalı evren için bir geçiş senaryosu olarak görülmektedir. Kibble (1976) topolojik kusurlardan domain wall ve sicim maddeyi ele alarak çalışmalarını srdrmştir. Kawasaki (1984) topolojik kusurların dinamik teorisini ele alarak çalışmasını srdrmştir. Saikawa (2017) erken evrende kararsız domain wall maddelerin oluştuğu ve bunların son zamanlarda yok edilmesinin büyük ölçüde yerçekimi dalgası ürettiği kozmolojik senaryoyu çalışmıştır. Ulu ve Taşer (2015) $f(R)$ yerçekiminde monopollerini incelemişlerdir. Carames vd. (2011) $f(R)$ yerçekiminde zayıf alan yaklaşımını kullanarak monopol maddeyi irdelemişlerdir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

MATERYAL VE METOT

3.1. Metrik ve Tensörler

Metrik uzay zamanı şekillendirmemizi sağlayan içinde bulunan uzayı tanımlayan simetrik tensörel bir niceliktir. Bir koordinat sistemi ile kullanıldığında iki nokta arası uzaklığı verir. Üç boyutlu uzayda noktanın koordinatları (x,y,z) olarak gösterilir fakat (x,y,z) notasyonu yerine (x^1,x^2,x^3) notasyonlarında da kullanılabilir. Çalışmamızda 4 boyutlu uzayda koordinatlarını (x^1,x^2,x^3,x^4) olarak gösteriyoruz. Yay elemanı;

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (3.1)$$

dir (İslam, 2006). n -boyutlu uzay-zamanda Riemann birbirine komşu olan iki nokta x^i ve $x^i + dx^i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) arasındaki ds yay uzaklığını ikinci dereceden diferansiyel formla tanımlamıştır:

$$\begin{aligned} ds^2 = & g_{11}(dx^1)^2 + g_{12}dx^1dx^2 + \dots + g_{1n}dx^1dx^n \\ & + g_{21}dx^2dx^1 + g_{22}(dx^2)^2 + \dots + g_{2n}dx^2dx^n \\ & + \dots + \\ & g_{n1}dx^ndx^1 + g_{n2}dx^ndx^2 + \dots + g_{nn}(dx^n)^2 \end{aligned}$$

olur (İslam, 2006). Bu durumda bir uzay-zaman mesafesinin uzunluğu ;

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k \quad (3.2)$$

halini alır. Burada dx^i , x^i yönündeki sonsuz küçüklükte olan uzaklıktır. x^i deki i değerleri ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) gibi değerlerdir. n -boyutlu uzay zamanda koordinat sisteminde x ekseninde

noktalar $(x^1, x^2, x^3, \dots, x^n)$ iken y ekseninde $(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \bar{x}^3, \dots, \bar{x}^n)$ şeklinde nitelendirilir. Burada;

$$\bar{x}^1 = \bar{x}^1(x^1, x^2, x^3, \dots, x^n) \quad (3.3)$$

$$\bar{x}^2 = \bar{x}^2(x^1, x^2, x^3, \dots, x^n) \quad (3.4)$$

$$\bar{x}^3 = \bar{x}^3(x^1, x^2, x^3, \dots, x^n) \quad (3.5)$$

$$\vdots \quad (3.6)$$

$$\bar{x}^n = \bar{x}^n(x^1, x^2, x^3, \dots, x^n) \quad (3.7)$$

şeklinde yazılabilir.

$$d\bar{x}^i = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^1} dx^1 + \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^2} dx^2 + \dots + \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^n} dx^n \quad (3.8)$$

g_{ik} ise metrik tensör olarak nitelendirilir ve g_{ik} olarak nitelendirdiğimiz metrik simetrik tensörel bir niceliktir. n -boyutlu uzay-zamanda $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ bileşeni olup 4-boyutlu uzay için 10 tane birbirinden bağımsız olan bileşene sahiptir. g_{ik} metrik tensöründen;

$$\Gamma_{kj}^i = \Gamma_{jk}^i = \frac{1}{2} g^{i\mu} \left(\frac{\partial g_{\mu k}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{\mu j}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kj}}{\partial x^\mu} \right) \quad (3.9)$$

elde edilir. Burada bulunan deklemler Christoffel sembolleri olarak nitelendirilir ve Γ_{kj}^i şeklinde gösterilir. Christoffel sembollerini alman matematikçi Elwin Bruno bu şekilde tanımlamıştır (İslam, 2006). Burada tanımlanan Christoffel sembolleri alt iki indisine göre simetriktir bir formdadır. n -boyutlu uzayda toplamda $\frac{n^2 \cdot (n+1)}{2}$ bağımsız bileşeni vardır. 4-boyutlu uzayda 40 tane farklı bileşeni bulunur. Genel olarak uzay-zamanın eğrilikli olduğu kabul edilir. Riemann tensörü uzay-zamanın eğriliğini belirleyen bir tensördür. Riemann tensörü eğrilikli uzay-zamanın düz Minkowski metriğinden ne kadar saptığını belirleyen tensördür. Riemann tensörü ;

$$R_{ikj\mu} = g_{i\sigma} R_{kj\mu}^\sigma = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{i\mu}}{\partial x^k \partial x^j} + \frac{\partial^2 g_{kj}}{\partial x^i \partial x^\mu} - \frac{\partial^2 g_{ik}}{\partial x^k \partial x^\mu} - \frac{\partial^2 g_{k\mu}}{\partial x^i \partial x^j} \right) \quad (3.10)$$

olarak tanımlanır. Riemann tensörü aşağıda verilen özellikleri sağlar.

(1) İlk iki ve son iki alt indisine göre simetrik bir niceliktir.

(2) İlk iki alt indis ve son iki alt indis kendi aralarında yer değiştirebilme özelliğine sahiptir.

(3) n boyutlu uzayda $\frac{n^2 \cdot (n^2 - 1)}{12}$ sayısı kadar bileşeni vardır. Buradan yola çıkarak Minkowski uzayı için toplam da 20 tane birbirinden farklı bileşen içerir. Riemann tensörünün kontraksiyonundan (büzülme, genişleme) Ricci tensörü bulunur. Ricci tensörü ;

$$R_{ik} = R_{ki} = g^{j\mu} R_{ji\mu k} = R_{ijk}^j = \frac{\partial \Gamma_{ik}^j}{\partial x^j} - \frac{\partial \Gamma_{ij}^k}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^j \Gamma_{j\mu}^\mu - \Gamma_{ij}^\mu \Gamma_{k\mu}^j \quad (3.11)$$

olarak nitelendirilir. Ricci tensörü de simetrik bir niceliktir. Ricci tensörünün kontraksiyonu sonucu Ricci skaleri veya eğrilik skaleri ;

$$R = g^{ik} R_{ik} \quad (3.12)$$

elde edilir.

Bilindiği gibi evrendeki madde ile uzay-zaman geometrisi arasındaki ilişkiyi açıklayan denklem Einstein'ın alan denklemleridir. Einstein'ın bu denklemleri aşağıda gösterildiği gibi tensörel formda ifade edilmiştir. Einstein alan denklemlerinin tensörel şekilde ifade edilmesinin nedeni, tensörlerin herhangi bir koordinat dönüşümü altında değişmeden kalan geometrik nesnelere olmasıdır. Evrenin büyük ölçekte yapısını ve gravitasyonel etkileşmelerini açıklayan Einstein alan denklemleri yukarıdaki eşitlikler yardımıyla

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik} + \Lambda g_{ik} \quad (3.13)$$

şeklinde ifade edilir. Burada G gravitasyonel sabit, c ışık hızını ve Λ kozmolojik terimi ifade eder. Bu denklem verileri 1916 senesinde Albert-Einstein tarafından yayınlanmıştır. Genel Rölativite teorisinin karanlık madde ve karanlık enerjiyi açıklamada yetersiz kalması bu teoriye alternatif başka teorilerin ortaya çıkmasına sebep olmuştur. En çok bilinen alternatif teoriler arasında Lyra teori, Creation Field teori, $f(G, T)$ teori, $f(T)$ teori, $f(R)$ teori, $f(R, T)$ teori gibi teoriler söylenebilir. Bu alternatif teorilerin her biri Einstein'ın alan denklemlerine ilave terimler eklenerek yeniden düzenlenmiştir. Bu eklenen terimler genellikle denklemlerin sol tarafına yani uzay-zaman geometrisi ile ilişkili olan tarafa

eklenmiştir.

3.2. $f(R, T)$ Alan Denklemleri

Harko ve ark. 2011 yılında Einstein-Hilbert tipi etki fonksiyonunda, R Ricci skaleri yerine R ve T 'ye bağlı $f(R, T)$ fonksiyonunu alarak yeni bir modifikasyon teorisi elde ettiler (Harko vd., 2011).

Harko ve ark. etki integralini Kömürçü ve Aktaş şu şekilde tanımlamışlardır (Kömürçü, 2020);

$$S = \frac{1}{16\pi} \int (f(R, T) + 2\Lambda)\sqrt{-g}d^4x + \int L_m\sqrt{-g}d^4x \quad (3.14)$$

Burada T enerji-momentum tensörünün (T_{ik}) izi, L_m Lagranjian yoğunluğu ve g, g_{ik} metrik tensörünün determinantını ifade eder (Harko vd., 2011).

(T_{ik}) enerji-momentum tensörü,

$$T_{ik} = \frac{-2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g}L_m)}{\delta g^{ik}} \quad (3.15)$$

şeklinde tanımlıdır (Harko vd., 2011).

Burada her biri 1'den n 'ye kadar değer alan k üst ve alt indise bağlı bir $\delta_{j_1, \dots, j_k}^{i_1, \dots, i_k}$ sembolüne genelleştirilmiş Krönecker delta denir (İslam, 2006).

Tablo 1
Krönecker delta değerleri

$\delta = 1$, alt ve üst indis sayısı eşit ve çift durumda geçerlidir.

$\delta = -1$, alt ve üst indis sayısı eşit ve tek durumda geçerlidir.

$\delta = 0$, diğer tüm durumlarda geçerlidir.

(3.13) denkleminde de,

$$T_{ik} = g_{ik}L_m - 2\frac{\partial L_m}{\partial g^{ik}} \quad (3.16)$$

elde edilir. Denklem (3.14) deki S eyleminin varyasyonundan,

$$f_R(R, T)R_{ik} - \frac{1}{2}f(R, T)g_{ik} + (g_{ik}\square - \nabla_i\nabla_k)f_R(R, T) = 8\pi T_{ik} - f_T(R, T)T_{ik} - f_T(R, T)\Theta_{ik} + \Lambda g_{ik} \quad (3.17)$$

elde edilir. Burada, $f_R(R, T) = \frac{\partial f(R, T)}{\partial R}$, $f_T(R, T) = \frac{\partial f(R, T)}{\partial T}$, $\square = \nabla^i\nabla_i$, ∇_i kovaryant türev, Λ Einstein kozmolojik sabiti ve T_{ik} enerji momentum tensöründen,

$$\Theta_{ik} = -T_{ik} + \frac{1}{2}Tg_{ik} \quad (3.18)$$

olarak ifade edilir.

Harko ve arkadaşları 2011 yılında yayınladıkları çalışmada $f(R, T)$ fonksiyonu için $f(R, T) = R + 2f_1(T)$, $f(R, T) = f_1(R) + f_2(T)$ ve $f_1(R) + f_2(R)f_3(T)$ olmak üzere üç farklı çözüm önerisi sunmuşlardır.

Burada $f(R, T)$ fonksiyonu $f(R, T) = R$ olarak alınırsa denklemler Genel Rölativite teorisindeki alan deklemlerine dönüşür. Bu tez çalışmasında $f(R, T) = R + 2f_1(T)$ alınarak incelenecektir. Burada f_1 isteğe bağlı olarak alınan keyfi bir fonksiyondur (Harko vd., 2011).

Bu durumda $f(R, T)$ gravitasyon teorisi (3.17) ve (3.18) denklemlerinden

$$R_{ik} - \frac{1}{2}Rg_{ik} = 8\pi T_{ik} + 2f_1'(T)T_{ik} + [f_1(T) + 2pf_1'(T)]g_{ik} + \Lambda g_{ik} \quad (3.19)$$

elde edilir. Burada, $f_1'(T) = \frac{df_1(T)}{dT}$ dir . Eğer $f_1(T) = \mu T$ alınırsa (3.19) denklemi aşağıdaki gibi olur burada μ sabittir.

Bu durumda (3.19) denklemi,

$$R_{ik} - \frac{1}{2}Rg_{ik} = T_{ik}(8\pi + 2\mu) + (\mu T + 2\mu p)g_{ik} + \Lambda g_{ik} \quad (3.20)$$

denklemine dönüşür.

3.3. Kovaryant ve Kontravaryant Vektör

$A^i, (i = 1, 2, \dots, n)$ veya $(A^1, A^2, A^3, \dots, A^n)$ X ekseninde (x^1, x^2, \dots, x^n) koordinatlarının n fonksiyonu olsun. A^i noktaları, Y eksenindeki \bar{A}^i 'ye dönüştürülürse yani,

$$\bar{A}^i = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^j} A^j \quad (3.21)$$

veya

$$A^j = \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^i} \bar{A}^i \quad (3.22)$$

oluyorsa A^i 'ye kontravaryant vektör denir (İslam, 2006).

$A_i, (i = 1, 2, \dots, n)$ veya (A_1, A_2, \dots, A_n) X eksenindeki (x_1, x_2, \dots, x_n) koordinatlarının n fonksiyonu olsun. A_i noktaları Y eksenindeki \bar{A}_i 'ye dönüştürülürse yani,

$$\bar{A}_i = \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^i} A_j \quad (3.23)$$

veya

$$A_j = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^j} \bar{A}_i \quad (3.24)$$

şeklinde tanımlanıyorsa A_i 'ye kovaryant vektör denir (İslam, 2006).

3.3.1. Kovaryant, Kontravaryant ve Karışık Tensör

$A^{ij} (i, j = 1, 2, \dots, n)$, X eksenindeki noktaları (x^1, x^2, \dots, x^n) koordinatlarının n^2 fonksiyonu olsun. A^{ij} nicelikleri $(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^n)$ koordinatlarına sahip Y eksenindeki \bar{A}^{ij} 'ye dönüştürülürse yani,

$$\bar{A}^{ij} = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^k} \frac{\partial \bar{x}^j}{\partial x^l} A^{kl} \quad (3.25)$$

şeklinde dönüşümü oluyorsa A^{ij} 'ye ikinci ranktan kontravaryant tensör denir (İslam, 2006).

$A_{ij}(i, j = 1, 2, \dots, n)$, X eksenindeki noktaları (x^1, x^2, \dots, x^n) koordinatlarının n^2 fonksiyonu olsun. A_{ij} nicelikleri $(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^n)$ koordinatlarına sahip Y eksenindeki A_{ij} 'ye dönüştürülürse yani,

$$\bar{A}_{ij} = \frac{\partial x^k}{\partial \bar{x}^i} \frac{\partial x^l}{\partial \bar{x}^j} A_{kl} \quad (3.26)$$

şeklinde dönüşümü oluyorsa A_{ij} 'ye ikinci ranktan kovaryant tensör denir (İslam, 2006).

$A_j^i(i, j = 1, 2, \dots, n)$, X eksenindeki noktaları (x^1, x^2, \dots, x^n) koordinatlarının n^2 fonksiyonu olsun. A_j^i nicelikleri $(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^n)$ koordinatlarına sahip Y eksenindeki A_j^i 'ye dönüştürülürse yani,

$$\bar{A}_j^i = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^k} \frac{\partial x^l}{\partial \bar{x}^j} A_l^k \quad (3.27)$$

şeklinde tanımlanıyorsa A_j^i 'ye ikinci ranktan karışık tensör denir (İslam, 2006).

3.4. FRW Metriği

FRW metriğini 4 boyutlu Minkowski uzayında şu şekilde tanımlayabiliriz;

$$(da)^2 = (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 + (dx^4)^2 \quad (3.28)$$

Burada (x^1, x^2, x^3, x^4) koordinat noktalarını ifade eder, verilen noktaları küresel koordinat dönüşümlerinde yazacak olursak,

$$x^1 = r \cos \theta \sin \phi \quad (3.29)$$

$$x^2 = r \sin \theta \sin \phi \quad (3.30)$$

$$x^3 = r \cos \phi \quad (3.31)$$

olur. Bu durumda (3.28) denklemini düzenlersek,

$$(da)^2 = (d(rcos\theta sin\phi))^2 + (d(rsin\theta sin\phi))^2 + (d(rcos\phi))^2 + (dx^4)^2 \quad (3.32)$$

haline dönüşür.

Evren büyük ölçekte homojen ve izotropik özelliklerini sağladığından 4 boyutlu Minkowski uzayında üçlü bir hiperkürenin formuna dönüşür. Bu durumdan dolayı hiperküre terimi pozitif eğrilik durumundan hariç sıfır ve negatif durumu da içermelidir. Koordinat düzlem üzerindeki noktalar 4 boyutlu uzaydaki bir noktadan R' ye aynı olmalıdır. Buradan;

$$(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 + (x^4)^2 = R^2 \quad (3.33)$$

olur. Burada R evrenin yarıçapını ifade eder.

(3.29), (3.30), (3.31) denklemleri yerine yazılırsa;

$$r^2 + (x^4)^2 = R^2 \quad (3.34)$$

denklemini elde edilir. Buradan,

$$rdr + (x^4)dx^4 = 0 \quad (3.35)$$

sonucu elde edilir. Denklemini düzenlersek;

$$(d(x^4))^2 = -\frac{r^2 d^2 r}{(x^4)^2} \quad (3.36)$$

haline dönüşür. Burada (3.34) denklemini yerine koyarsak,

$$(d(x^4))^2 = \frac{r^2 d^2 r}{r^2 - R^2} \quad (3.37)$$

sonucuna ulaşılır. Bulunan sonuç (3.32) denkleminde yerine konulursa;

$$(da)^2 = \frac{d^2 r}{1 - \frac{r^2}{R^2}} + r^2((d\theta)^2 + \sin^2\theta(d\phi)^2) \quad (3.38)$$

eşitliği elde edilir (Tunç, 2014). (3.2) denkleminde iki uzay-zaman noktası arasındaki mesafe rölativistik formda verilmişti. Homojen, izotropik genişleyen evrende bu mesafeyi t koordinat noktası ile beraber;

$$ds^2 = -dt^2 + R^2(t)d\mu^2 \quad (3.39)$$

olarak verebiliriz. Burada $d\mu^2$ yay elemanı ds^2 'nin uzaysal kısmını göstermektedir ve,

$$d\mu^2 = \gamma_{ik}(u)du^i du^k \quad (3.40)$$

ile ifade edilir. u^i üçlü uzaysal koordinatları ve γ_{ik} 3 boyuttaki metriği ifade eder. FRW metriğini elde etmek için denklemlere zamana da eklemeliyiz. Uzay bileşenleri zamana bağlıdır. Buradan evrenin genişlemesini temsil eden ölçek faktörü $a(t)$ eklenirse metrik;

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left(\frac{d^2r}{1 - \frac{r^2}{R^2}} + r^2 d^2\mu \right) \quad (3.41)$$

formuna dönüşür. Burada $a(t) = \frac{R(t)}{R_0}$ boyutsuz ölçek faktörünü temsil eder ve a t 'ye bağlı parametredir.

Evrenin eğriliği olan $k = \frac{1}{R^2}$ ye göre denklem düzenlenirse;

$$ds^2 = -\frac{a(t)^2}{1 - kr^2} dr^2 - a(t)^2 r^2 (d\theta^2 + \sin^2(\theta) d\phi^2) + dt^2 \quad (3.42)$$

formuna dönüşür.

FRW metriğinin g_{ik} kovaryant tensörünün matris formundaki hali;

$$g_{ik} = \begin{bmatrix} -\frac{a(t)^2}{-kr^2+1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a(t)^2 r^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a(t)^2 r^2 \sin^2(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. g^{ik} kontravaryant tensörünün matrisi;

$$g^{ik} = \begin{bmatrix} -\frac{kr^2+1}{a(t)^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{a(t)^2 r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{a(t)^2 r^2 \sin(\theta)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.5. Topolojik Kusurların Enerji Momentum Tanımları

3.5.1. Sicim madde için standart enerji-momentum tensörü:

$$T_{ik} = \rho u_i u_k - \lambda x_i x_k \quad (3.43)$$

şeklinde ifade edilir (Kanakavalli ve Ananda Rao, 2016). Burada ρ enerji yoğunluğunu, λ sicim gerilim yoğunluğunu, u^i 4'lü hız vektörünü, x^i sicim yönünü ifade eder, $u_i u^i = -x_i x^i = 1$, $x_i u^i = 0$ ve $L_m = \rho$ Lagranjian maddesi olarak alınabilir.

Sicim madde için enerji-momentum tensörünün T_{ik} kovaryant vektörünün matris gösterimi;

$$T_{ik} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda a(t)^2}{kr^2-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{bmatrix}$$

Sicim madde için enerji-momentum tensörünün T^{ik} kontravaryant vektörünün matris gösterimi;

$$T^{ik} = \begin{bmatrix} \frac{(kr^2-1)\lambda}{a(t)^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{bmatrix}$$

Sicim madde için enerji-momentum tensörünün karışık formdaki matris gösterimi;

$$T_i^k = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

Bu durumda (3.43) ve $L_m = \rho$ denklemlerinden,

$$\Theta_{ik} = \rho g_{ik} - 2T_{ik} \quad (3.44)$$

elde edilir.

3.5.2. Domain wall madde için standart enerji - momentum tensörü:

$$T_{ik} = \rho g_{ik} + (\rho + p)(w_i w_k) \quad (3.45)$$

olarak ifade edilir (Katore, 2015). Burada ρ enerji yoğunluğunu, p domain wall maddenin basıncını, $w_i w^i = -1$ ve $L_m = -p$ Lagranjian maddesi olarak alınabilir.

Domain wall madde için enerji-momentum tensörünün T_{ik} kovaryant vektörünün matris gösterimi;

$$T_{ik} = \begin{bmatrix} -\frac{\rho a(t)^2}{1-kr^2} - \frac{(\rho+p)a(t)^2}{kr^2-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho a(t)^2 r^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho a(t)^2 r^2 \sin(\theta)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{bmatrix}$$

Domain wall madde için enerji-momentum tensörünün T^{ik} kontravaryant vektörünün matris gösterimi;

$$T^{ik} = \begin{bmatrix} -\frac{(kr^2-1)\rho}{a(t)^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\rho}{a(t)^2 r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\rho}{a(t)^2 r^2 \sin(\theta)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{bmatrix}$$

Domain wall madde için enerji-momentum tensörünün karışık formdaki matris gösterimi;

$$T_i^k = \begin{bmatrix} -p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

Bu durumda eq. (3.45) ve $L_m = -p$ denklemlerinden,

$$\Theta_{ik} = -p g_{ik} - 2T_{ik} \quad (3.46)$$

denklemini elde edilir.

3.5.3. Monopol madde için standart enerji- momentum tensörü:

Küresel koordinatlarda monopol enerji momentum-tensörünün bileşenleri aşağıdaki gibidir;

$$T_r^r = T_t^t = \frac{\eta^2}{r^2} \quad (3.47)$$

$$T_\theta^\theta = T_\phi^\phi = 0 \quad (3.48)$$

şeklinde yazılır burada η sabit parametredir (Lustosa vd., 2019). Buradan;

$$T_{ik} = \frac{2\eta^2}{r^2} \quad (3.49)$$

olur.

Monopol madde için enerji momentum tensörünün karışık formdaki matris formu;

$$T_i^k = \begin{bmatrix} \frac{\eta^2}{r^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\eta^2}{r^2} \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

4.1. Sicim Madde için Çözümler

$f(R, T)$ teorideki, (3.43), (3.20) ve (3.42) denklemlerinden,

$$\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = (8\pi + 3\mu)\lambda - \rho\mu + \Lambda \quad (4.1)$$

$$\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = \lambda\mu - \rho\mu + \Lambda \quad (4.2)$$

$$\frac{3\dot{a}^2}{a^2} + \frac{3k}{a^2} = (8\pi + \mu)\rho - \lambda\mu + \Lambda \quad (4.3)$$

elde edilir.

Burada nokta (.) t 'ye göre türevi gösterir.

(4.1)-(4.3) denklemlerinden sicim gerilimi,

$$\lambda = 0 \quad (4.4)$$

(4.2)-(4.3), denklemlerinden sicimin enerji yoğunluğu ve kozmolojik terim aşağıdaki gibi bulunur;

$$\rho = -\frac{\ddot{a}}{(4\pi + \mu)a} + \frac{\dot{a}^2}{4\pi + \mu)a^2} + \frac{k}{(4\pi + \mu)a^2} \quad (4.5)$$

$$\Lambda = \frac{(8\pi + \mu)\ddot{a}}{(4\pi + \mu)a} + \frac{(4\pi + 2\mu)(\dot{a}^2 + k)}{(4\pi + \mu)a^2} \quad (4.6)$$

Burada ρ ve λ değerleri a 'ya bağlı değerler olduğundan alan denklemleri için yardımcı bir denklem kullanabiliriz. Bu yardımcı denklemi Pacif ve ark. makalesinde geçen (Pacif, 2017);

$$H = \frac{\beta}{\sqrt{t + \alpha}} \quad (4.7)$$

olan Hubble parametresini alırız. Burada α ve β sabit değerlerdir. Hubble parametresi zamanla değişen bir parametreye sahip olduğundan parametrenin değeri zamanla değişecektir.

Günümüz hubble parametresinin değeri H_0 ile gösterilir. Planck uydusu tarafından hubble parametresinin değeri;

$$H_0 = 67.80 \pm 0.77 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

olarak ölçülmüştür (Tunç, 2014). Hubble parametresi her zaman için 0'dan büyük olacağından $\beta > 0$ olur. Bu durumda yavaşlama parametresi (DP);

$$q = -1 + \frac{1}{2\beta\sqrt{t+\alpha}} \quad (4.8)$$

olur.

$$q = 0 \text{ olarak alınırsa } t_{ir} = \frac{1}{4\beta^2} - \alpha \text{ olur.}$$

t_{ir} faz geçişinin olduğu noktadır ve $t_{ir} > 0$ dir. O halde $\frac{1}{4\beta^2} - \alpha > 0$ dan $\beta\sqrt{\alpha} < \frac{1}{2}$ değerini alır (Pacif, 2017).

Burada Hubble parametresi evrenin t anındaki genişlemesini verir.

- (1) $q > 0$ ve $H > 0$ ise evrenin yavaşlayarak genişleme gösterdiği görülür.
- (2) $q < 0$ ve $H > 0$ ise evren ivmelenerak genişleme gösterir.
- (3) $q > 0$ ve $H < 0$ ise evren yavaşlayarak daralma gösterir.
- (4) $q = 0$ ve $H > 0$ ise evrenin sıfır yavaşlamayla genişleme durumu görülür.
- (5) $q = 0$ ve $H < 0$ ise evren sıfır yavaşlamayla daralma gösterir.
- (6) $q = 0$ ve $H = 0$ ise evren durağandır (Bolotin vd, 2015).

$H = \frac{\dot{a}}{a}$ olduğundan dolayı;

$$a = ce^{4\beta\sqrt{t+\alpha}} \quad (4.9)$$

olarak bulunur ve buradaki c değeri sabittir. Bu durumda (4.5) ve (4.6) denklemleri a değerine göre yazılırsa;

$$\rho = \frac{1}{2} \frac{\beta}{(4\pi + \mu)(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}} + \frac{k}{(4\pi + \mu)c^2(e^{4\beta\sqrt{t+\alpha}})} \quad (4.10)$$

$$\Lambda = -\frac{1}{2} \frac{(8\pi + \mu)\beta}{(4\pi + \mu)(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3\beta^2}{t + \alpha} + \frac{2(2\pi + \mu)k}{(4\pi + \mu)c^2 e^{(4\beta\sqrt{t+\alpha})}} \quad (4.11)$$

denklemleri elde edilir.

4.2. Domain Wall Madde için Çözümler

(3.20), (3.45) ve (3.42) denklemlerinden;

$$\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = (-8\pi - 5\mu)p + 3\rho\mu + \Lambda \quad (4.12)$$

$$\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = (8\pi + 5\mu)\rho - 3p\mu + \Lambda \quad (4.13)$$

$$\frac{3\dot{a}^2}{a^2} + \frac{3k}{a^2} = (8\pi + 5\mu)\rho - 3p\mu + \Lambda \quad (4.14)$$

denklemleri elde edilir. (4.12)-(4.14) denklemlerinden 4 bilinmeyenli 3 denklem olduğu için, çalışmamıza bir yardımcı denklem elde ederiz.

Bu yardımcı denklemi Aktaş'ın makalesinde geçen (Aktaş, 2019);

$$\Lambda = \alpha.H^2 \quad (4.15)$$

denklemini alırız. Bu durumda (4.12)-(4.15) denklemlerinden ölçek faktörü (a), basınç (p), enerji yoğunluğu (ρ), (Λ) ve Hubble parametresi (H),

$$a = \frac{1}{2}c_1 \left(ke^{\frac{c_2+t}{c_1}} + e^{\frac{-c_2-t}{c_1}} \right) \quad (4.16)$$

$$p = \frac{1}{8} \frac{-2k(\alpha + 3)e^{\frac{2c_2+2t}{c_1}} + (k^2 e^{\frac{4c_2+4t}{c_1}} + 1)(\alpha - 3)}{c_1^2 (ke^{\frac{2c_2+2t}{c_1}} + 1)^2 (\pi + \mu)} \quad (4.17)$$

$$\rho = \frac{1}{8} \frac{2k(\alpha + 3)e^{\frac{2c_2+2t}{c_1}} - (k^2 e^{\frac{4c_2+4t}{c_1}} + 1)(\alpha - 3)}{c_1^2 (ke^{\frac{2c_2+2t}{c_1}} + 1)^2 (\pi + \mu)} \quad (4.18)$$

$$\Lambda = \frac{\alpha (ke^{\frac{2c_2+2t}{c_1}} - 1)^2}{c_1^2 (ke^{\frac{2c_2+2t}{c_1}} + 1)^2} \quad (4.19)$$

$$H = \frac{ke^{\frac{2c_2+2t}{c_1}} - 1}{c_1 (ke^{\frac{2c_2+2t}{c_1}} + 1)} \quad (4.20)$$

şeklinde elde edilir. Ayrıca,

$$p = p_m - \sigma_m \quad (4.21)$$

$$\rho = \rho_m + \sigma_m \quad (4.22)$$

Burada p_m domain wall madde basıncını, ρ_m domain wall maddesinin enerji yoğunluğunu, σ_m domain wall maddesinin gerilimini ifade eder (Vilenkin ve Shelleard, 1994). Domain wall maddesi için durum denklemi aşağıdaki gibidir.

$$p_m = (\gamma - 1)\rho_m \quad (4.23)$$

burada $1 \leq \gamma \leq 2$ arasında sabit bir değer alır (Vilenkin ve Shelleard, 1994).

(4.21) ve (4.22) denklemlerini denklem (4.17) ve (4.18) de yeride koyarsak;

$$\rho_m = 0 \quad (4.24)$$

$$p_m = 0 \quad (4.25)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{8} \frac{2k(\alpha + 3)e^{\frac{2c_2+2t}{c_1}} - (e^{\frac{4c_2+4t}{c_1}} k^2 + 1)(\alpha - 3)}{c_1^2 (e^{\frac{4c_2+4t}{c_1}} k^2 + 2ke^{\frac{2c_2+2t}{c_1}} + 1)(\pi + \mu)} \quad (4.26)$$

değerleri elde edilir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

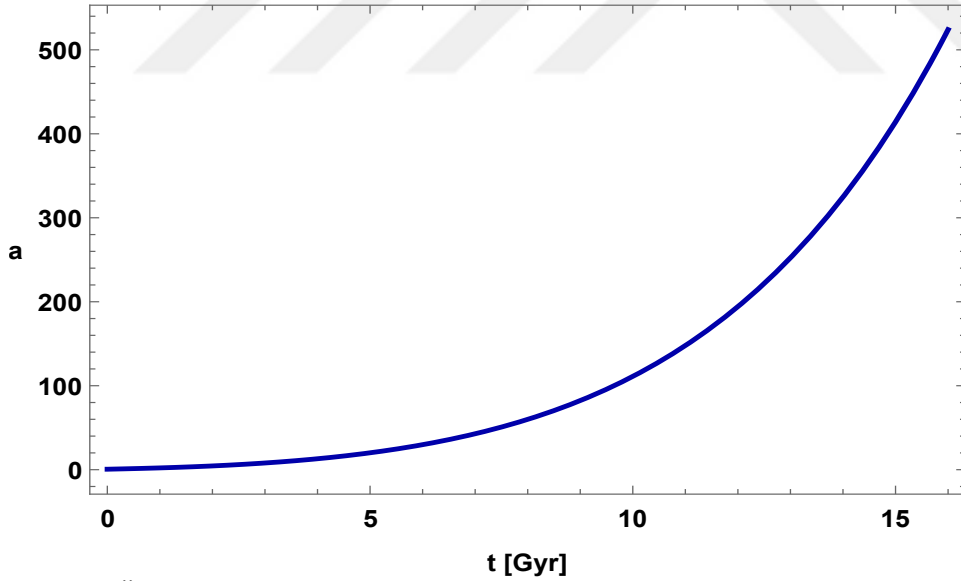
SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında $f(R,T)$ teoride günümüz evren modeli ile uyumlu olan homojen izotropik FRW metriği topolojik kusurlardan sicim madde ve domain wall madde için incelenmiş ve ayrı ayrı çözümleri bulunmuştur. Son olarak bu bölümde elde edilen çözümler çeşitli grafiklerle yardımıyla irdelenecektir.

5.1. FRW metriğinde sicim madde için sonuçlar

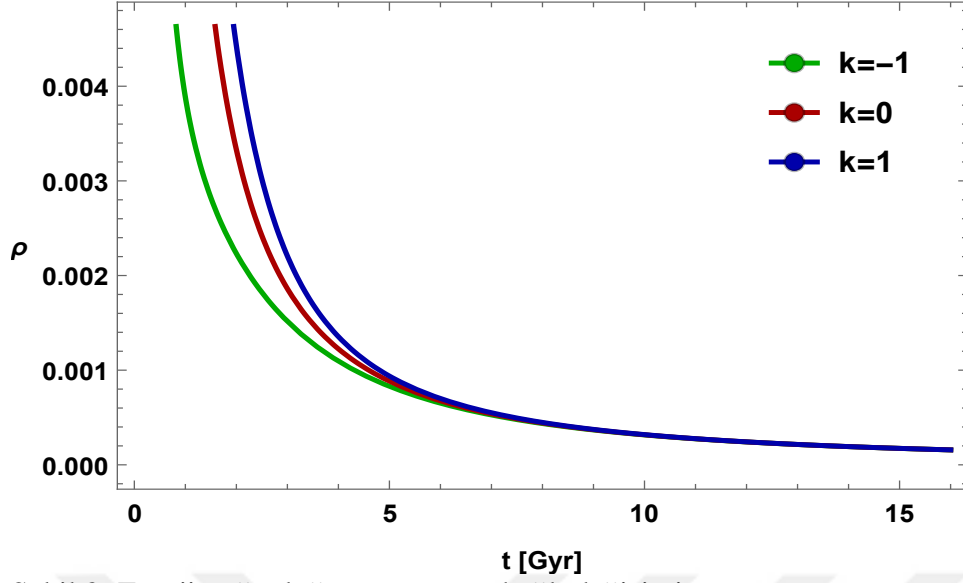
Ölçek faktörü a , sicim madde için enerji yoğunluğu ρ , kozmolojik terim Λ , yavaşlama parametresi q ve Hubble parametresi için $f(R,T)$ alan denklemlerinden elde edilen değerler zamana bağlı olarak çeşitli grafiklerle çizilecektir.

Üzerinde çalıştığımız grafiklerde q , a , ρ , Λ ve Hubble parametresi için $\alpha = 0.11$, $c = 0.3$ ve $\mu = 33$ ve $\beta = 0.93$ değerleri sabit olarak alınarak k 'nın 0, -1 ve 1 olduğu durumlar incelenmiştir.



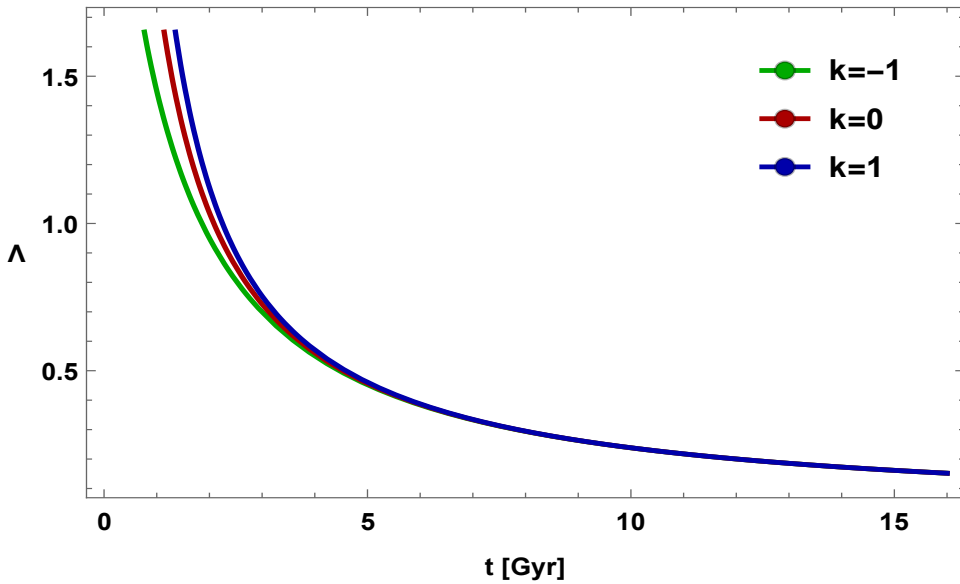
Şekil 2. Ölçek faktörünün zamana bağlı değişimi

Evren genişlerken veya daralırken ölçek faktörü de artma ya da azalma göstermektedir. Modelimize karşılık gelen ölçek faktörü $t \rightarrow 0$ için limit değeri 0.55'dir. $t \rightarrow \infty$ için ∞ yaklaştığı görülür (Şekil 2).



Şekil 3. Enerji yoğunluğunun zamana bağlı değişimi

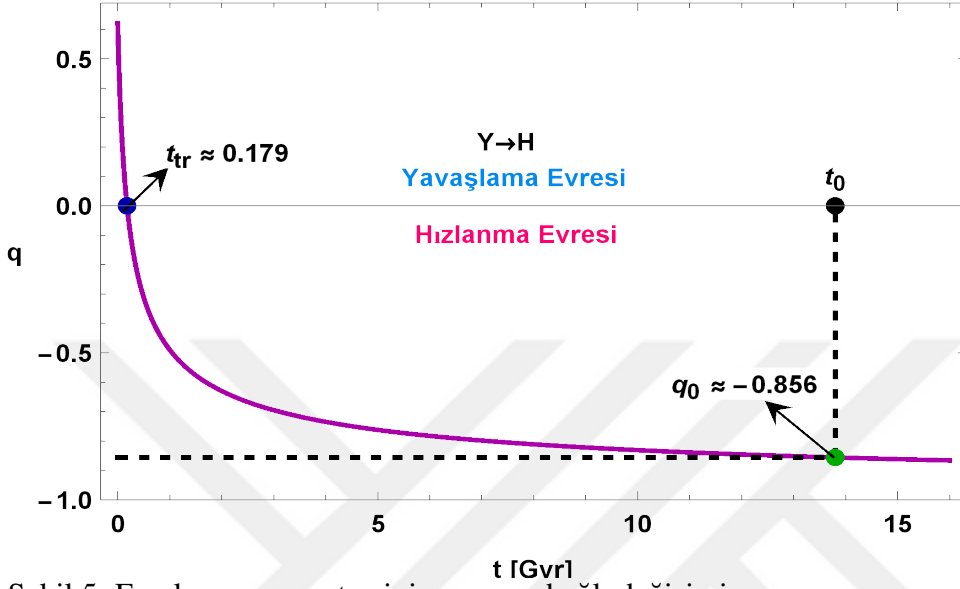
Enerji yoğunluğu, artan k değerlerine karşılık sürekli olarak azalış göstermektedir. Bu durumda modelimiz k 'nın artan değerlerine bağlı olarak 0 noktasından uzaklaştığı görülür, $t \rightarrow \infty$ için limit değeri incelendiğinde k 'nın üç değeri için de 0 noktasına yaklaştığı görülür (şekil 3).



Şekil 4. Kozmolojik terimin zamana bağlı değişimi

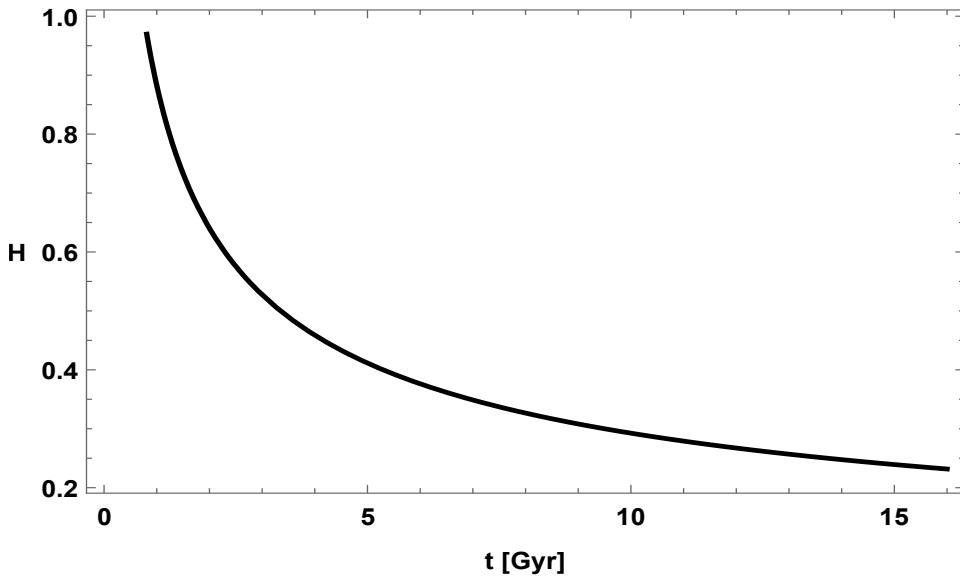
Kozmolojik terim, artan k değerlerine karşılık sürekli olarak azalış göstermektedir. Ayrıca modelimiz k 'nın artan değerlerine bağlı olarak 0 noktasından uzaklaştığı görülür, $t \rightarrow \infty$ için limit değeri incelendiğinde k 'nın üç değeri için de 0 noktasına yaklaştığı görülür.

Şekil 3 ve 4 incelendiğinde birbirine benzer olduğu görülmektedir. Fakat ρ için k değerleri arasındaki açıklık farkı fazla iken Λ için açıklığın daha az olduğu görülür.



Şekil 5. Frenleme parametresinin zamana bağlı değişimi

q değerlerine bakıldığında evren $q > 0$ olması durumunda yavaşlar, $q = 0$ olması durumunda evren sabit hızla genişlemekte, $q < 0$ olması durumunda ise ivmelenerek genişlemektedir. $q = 0$ durumunda, faz geçişinin gerçekleştiği noktalarda $t_{tr} = 0.179$ değerini alır $t_0 = 13.8$ e göre hesaplandığında -0.85 değerini alır (Şekil 5).



Şekil 6. Hubble parametresinin zamana bağlı değişimi

Hubble parametresinde limit değerlerine bakıldığında $t \rightarrow 0$ için 2.80 ve $t \rightarrow \infty$ için 0 'a yaklaştığı görülür.

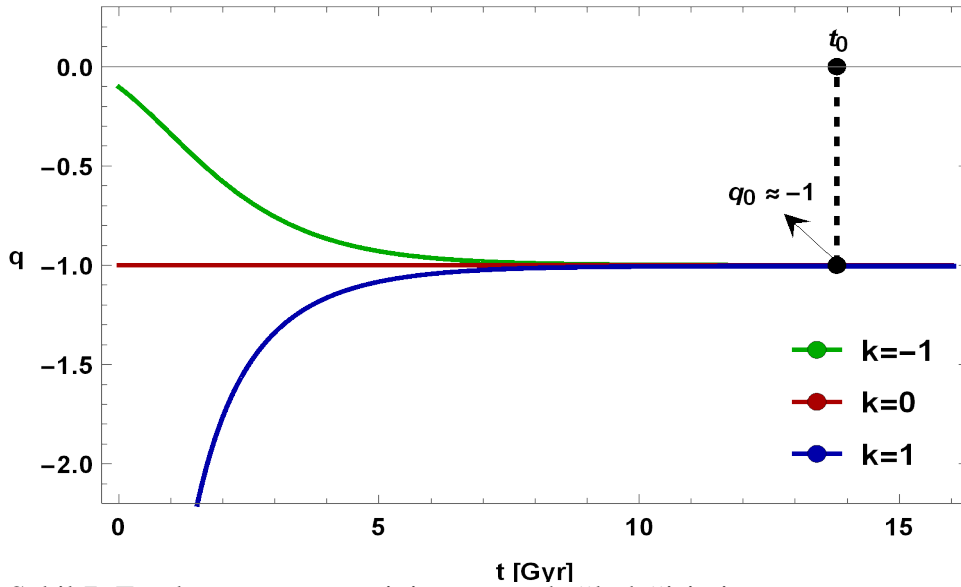
(Şekil 5) ve (Şekil 6) incelendiğinde Hubble parametresi ve frenleme parametresi q için üç farklı durum söz konusudur; $q > 0$ ve $H > 0$ için evren yavaşlamayla genişler, $t_{tr} = 0.179$ noktasında $q = 0$ dir ve $H > 0$ olduğundan evren sıfır yavaşlamayla genişler, $q < 0$ ve $H > 0$ durumunda ise evren ivmelenerek genişleme gösterir.

Tablo 2
Sicim madde için niceliklerin limit durumları

Nicelik	$t \rightarrow 0$			$t \rightarrow \infty$		
	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$
Λ	1.74	7.32	12.90	0	0	0
ρ	0.20	0.27	0.35	0	0	0

5.2. FRW metriğinde domain wall madde için sonuçlar

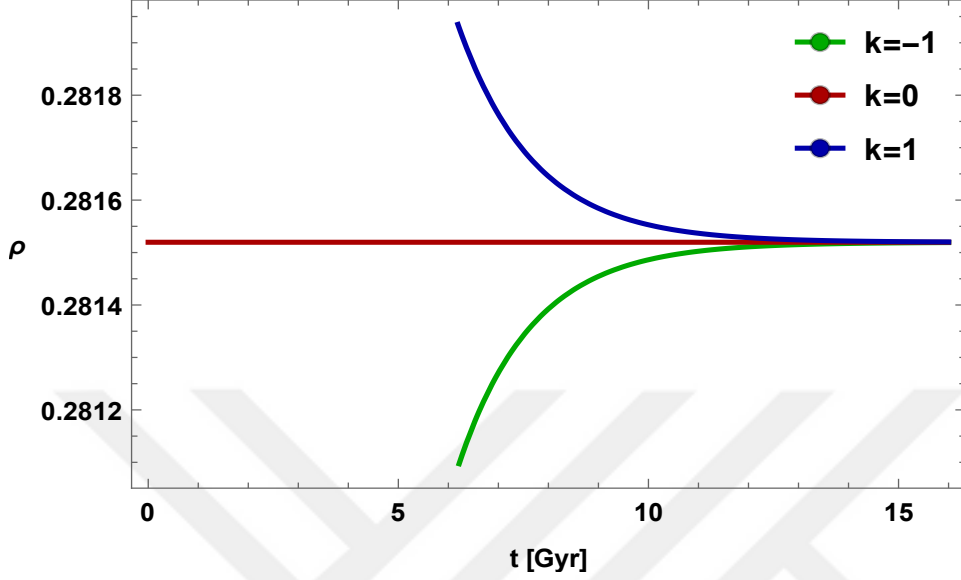
Alan denklemlerinde bulduğumuz domain wall madde çözümleri $k = -1, 0, 1$ değerleri için çeşitli grafikler yardımıyla çizilecektir. Bu grafiklerde $c_1 = 3$, $c_2 = 1$, $\alpha = 0.13$ ve $\mu = -3$ değerleri alınarak çizimler yapılmıştır.



Şekil 7. Frenleme parametresinin zamana bağlı değişimi

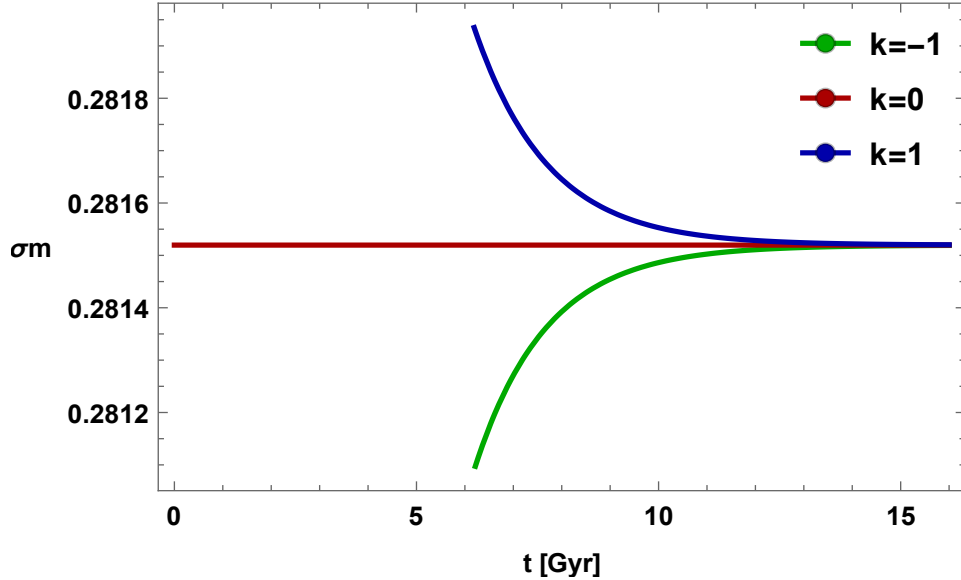
Modelimiz için günümüz $t_0 = 13.8$ değeri incelendiğinde $k = -1$ için -0.99 , $k = 0$

için -1 ve $k = 1$ için -1.0021 olduğu görülür ve k nın üç değeri içinde $q < 0$ yani evren ivmelenerek genişleme evresindedir. Her üç değerde farklı noktalardan başlamasına rağmen $q \approx -1$ noktasında birleşmişlerdir. Modelimize denk gelen t_{tr} değeri -1 ' dir.



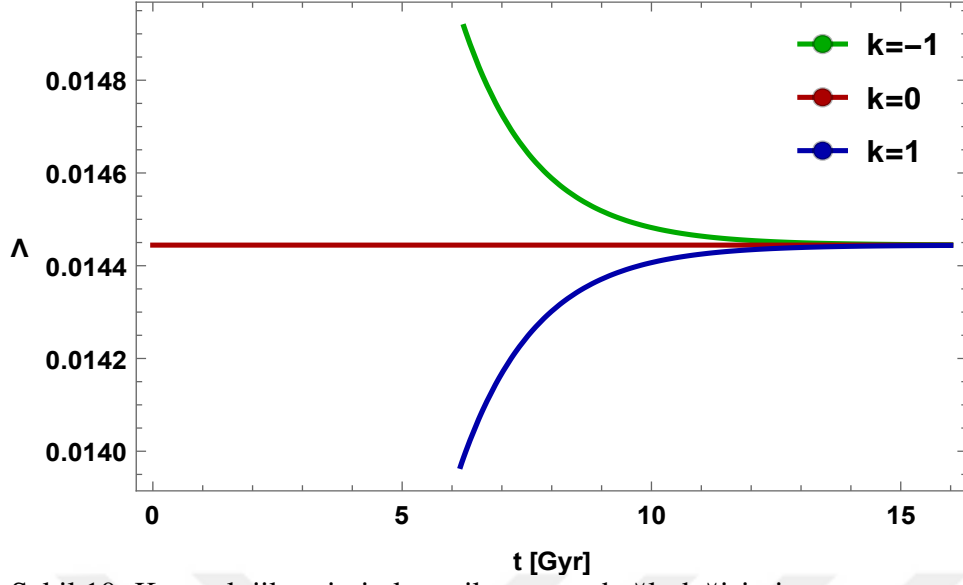
Şekil 8. Enerji yoğunluğunun kozmik zamana bağlı değişimi

Enerji yoğunluğu $k = 0$ için sabit iken $k = -1$ için zamanla artış gösterir ve $k = 1$ için zamanla azalma göstererek bir nokta üç değer birleştiği görülmektedir.



Şekil 9. σ_m domain wall maddesinin kozmik zamana göre değişimi

Şekil 8 ve 9 incelendiğinde enerji yoğunluğu ve domain wall maddenin geriliminin birbirine benzerlik gösterdiği görülmektedir.



Şekil 10. Kozmolojik terimin kozmik zamana bağlı değişimi

Kozmolojik terim için $k = -1, 0, 1$ değerleri incelendiğinde şekil 8 ve 9 dan farklı olarak $k = -1$ değeri zamanla azalma gösterirken $k = 1$ değeri zamanla artış gösterdiği görülmektedir. Grafikler için limit değerleri incelendiğinde;

Tablo 3
Bazı niceliklerin limit durumları

Nicelik	$t \rightarrow 0$			$t \rightarrow \infty$		
	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$	$k = -1$	$k = 0$	$k = 1$
q	$-\frac{(1-e^{\frac{2}{3}})^2}{(-1-e^{\frac{2}{3}})^2}$	-1	$-\frac{(1+e^{\frac{2}{3}})^2}{(-1+e^{\frac{2}{3}})^2}$	-1	-1	-1
σ_m	0.17	0.28	0.29	0.28	0.28	0.28
Λ	0.139	0.014	0.001	0.14	0.14	0.14
ρ	0.17	0.28	0.29	0.28	0.28	0.28

KAYNAKLAR

- Agrawal, P. K. ve Pawar, D. D. (2017). “ $f(R,T)$ kütleçekim teorisinde mknatıslanmış domain wall”. *new astronomy* 54,56-60.
- Aktaş, C. (2019). “Various dark energy models for variables in $f(R,T)$ modified theory”. *Modern Physics Letters* Vol. 34 (2019) 1950098 (11 pages).
- Aktaş, C. vd., (2018). “Scalar field cosmology in $f(R,T)$ gravity with Λ ”. *Pleiades Publishing, Ltd.* DOI: 10.1134/S0202289318030039.
- Anirudh, P. et al., (2022). “FRW cosmological models with Barrow holographic dark energy in Brans-Dicke theory”. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. DOI: 10.1142/S0219887822501067.
- Barros, A. ve Romero, C. (1995). “Brans-Dicke kütleçekim teorisinde kozmik sicimler ve domain wall”. *Journal of Mathematical Physics* 36, 5800 (1995); doi: 10.1063/1.531287.
- Bolotin, Y. L., Cherkaskiy, V. A., Lemets, O. A., Yerokhin, D. A., ve Zazunov, L. G. (2015). “Cosmology in terms of the deceleration parameter”. *Part I. arXiv e-prints* , arXiv:1502.00811.
- Carames, T. R. P., Bezerra de Mello, E. R., and Guimaraes, M. E. X. (2011). “Gravitational field of a global monopole in a modified gravity”. *International Journal of Modern Physics*, v. 03, p. 446-454.
- Tunç, E. (2014). “Yeniden düzenlenmiş çekim teorileri”. *Ulusal tez merkezi, yl tez*.
- Gamow, G. (1970). *My world line: An informal autobiography*.
- Harko, T. et al. (2011). “ $f(R,T)$ gravity”. *PHYSICAL REVIEW D*. DOI: 10.1103/PhysRevD.84.024020.
- Hubble, E. (1929). “ A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae”. *Proceedings of the National Academy of Science* 15(3), 168-173. <https://doi.org/10.1073/pnas.15.3.168>
- İnan, Y. (2003). “Kozmos’tan kuantum’a”. *1. Doruk yayınları* 22-182.
- İslam, N. (2006). “Tensors and their applications”. *New Age International*.
- Kallosh, R. et al. (2001). “Domain walls with strings attached”. *Journal of High Energy Physics*. 2001(07), 023.
- Kanakavalli, T., ve Ananda Rao, G. (2016). “LRS Bianchi type-I string cosmological models in $f(R,T)$ gravity”. *Astrophys Space Sci* 361:206.
- Kawasaki, K. (1984). “Dynamical theory of topological defects”. *Annals of Physics*, 154,

319-355.

- Katore, S. D., ve Hatkar, S. P. (2016). “Bianchi type-III and kantowski-sachs domain wall cosmological models $f(R,T)$ theory of gravity”. *Prog. Teori. Tecrübe. Fizik* 033E01 (11 sayfa)
- Katore ve ark. (2015), “ $f(R,T)$ yerçekimi teorisinde domain wall”. *Int J TheorPhys*.
- Kiran, M., ve Reddy, D. R. K. (2013). “Non-existence of Bianchi type-III bulk viscous string cosmological model in $f(R,T)$ gravity”. *Astrophysics and Space Science*, 346, 521–524.
- Kibble, T. W. B. (1976). “Topology of cosmic domains and strings”. *Columbia University Press.*, 277.
- Kömürcü, C. ve Aktaş, C.(2020). “Investigation of the magnetized string distribution in the marder universe with the cosmological term in”. *Modern Physics Letters A* 2050263 (17 pages).
- Lustosa, F. B., Guimaraes, M.E.X., Ferreira, C. N., Neto J. L. ve Helayel-Neto J. A. (2019). “On the thermodynamical black hole stability in the space-time of a global monopole in $f(R)$ gravity”. *arXiv:1905.02901v2*.
- Ulu, M., ve Taşer, D. (2015). “Global monopoles in $f(R)$ gravity”. *Modern Physics Letters A*, Vol. 30, No. 40
- Matraverse, D. R. (1988). *Gen. Relativity Gravity*, Vol. 20, No. 279
- Naidu, R. L. (2013). “Bianchi type-V bulk viscous string cosmological model in $f(R,T)$ gravity”. *Astrophys Space Sci*
- Nisha, G. (2018). “FRW cosmology in $f(R,T)$ gravity”. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 16 (2), Makale No.: 1950024. <https://doi.org/10.1142/S0219887819500245>
- Övgün, A. (2017). “Inflation and acceleration of the universe by nonlinear magnetic monopole fields”. *European Physical Journal C*. doi: 10.1140/epjc/s10052-017-4673-4 .
- Pacif, S. et al.(2017). “Reconstruction of cosmic history from a simple parametrization of H”. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* Vol. 14, No. 7 (2017) 1750111 (27 pages).
- Pradhan, A. ve Jaiswal, R. (2018). “Magnetized string cosmological models of accelerated expansion of the universe in $f(R,T)$ theory of gravity”. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* Vol. 15, 1850076 (24 pages)
- Rani, S. (2014). “Bianchi type-III magnetized string cosmological models for perfect fluid distribution in $f(R,T)$ gravity”. *Int J Theor Phys*.

- Rani Sandhya, N. ve Vijaya Santhi, M. (2019). “Bianchi type-II, VIII and IX, $f(R, T)$ perfect fluid cosmological model with domain wall in gravity”. *Journal of Physics: Conf. 1344 012026 Serisi*.
- Saikawa, K. (2017). “A review of gravitational waves from cosmic domain walls”. *Publisher of Open Access Journals*, 3, 40.
- Ratbay, M. (2012). “FRW Cosmology in $f(R, T)$ gravity”. doi.org/10.1140/epjc/s10052-012-2203-y
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., Clocchiatti, A., Diercks, A., Garnavich, P. M., . . . Tonry, J. (1998). “Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant”. *The Astronomical Journal* 116(3), 1009-1038.
- Sahoo, P. S. (2016). “Bianchi type string cosmological models in $f(R, T)$ gravity”. *Eur. Phys. J. Plus*, 131: 333
- Sharma, N. K., ve Singh, J. K. (2014). “Bianchi type-II string cosmological model with magnetic field in $f(R, T)$ gravity”. *Int J Theor Phys*.
- Sofuoğlu, D. ve Akıllı, M. (2022). “A numerical analysis for FRW universe in $f(R, T)$ gravity”. *International Journal of Modern Physics D*. DOI: 10.1142/S0218271822500055.
- Sunay, Ç. (2014). “50 soruda evren”. *Bilim ve Gelecek*.
- Shaikh, A. Y. ve Wankhade, K. S. (2018), “ $f(R, T)$ yerçekimi teorisinde domain wall kozmolojik model”. *Int. J. S. Res. bilim Teknoloji* 4(10) : 134-141S.
- Taşer, D. (2020). “Conformally symmetric friedmann robertson walker metric in $f(R, T)$ gravity”. *Modern Physics Letters A* 2050067. DOI:10.1142/S0217732320500674.
- Tiwari, R. K. et al. (2021). “FRW universe in $f(R, T)$ gravity”. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. DOI: 10.1142/S0219887821501048.
- Tivari, R. K. et al. (2017). “Transit cosmological models with a domain Wall in $f(R, T)$ gravity”. *ISSN 0202-2893 Yerçekimi ve Kozmoloji Cilt. 23, No. 4, s. 392?400*.
- Yılmaz, İ. (2006). “Domain wall with string and quark matter in the 5D Kaluza–Klein cosmological model”. *Çanakkale Onsekiz Mart üniversitesi, Astrofizik Araştırma Merkezi* 10.1007/s10714-006-0322-1.
- Vilenkin, A. ve Shellard, E. P. S. (1994). “Cosmic strings and topological defects”. *Cambridge University*
- Yazıcı, Ö. (2001). Erişim adresi: <https://www.bilim.org/evrenin-sekli-nedir/>