



T.C.

**ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

MATEMATİK ANABİLİM DALI

**LYRA TEORİDE MANYETİK ALANLI KUARK MADDE
MODELLERİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KADIR ÖZCAN

Tez Danışmanı

DOÇ. DR. CAN AKTAŞ

ÇANAKKALE – 2023



T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

LYRA TEORİDE MANYETİK ALANLI KUARK MADDE MODELLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KADIR ÖZCAN

Tez Danışmanı

DOÇ. DR. CAN AKTAŞ

ÇANAKKALE – 2023



T.C.
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ



Kadır ÖZCAN tarafından Doç. Dr. Can AKTAŞ yönetiminde hazırlanan ve 14/08/2023 tarihinde aşağıdaki jüri karşısında sunulan “Lyra Teoride Manyetik Alanlı Kuark Madde Modelleri” başlıklı çalışma, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü **Matematik Anabilim Dalı**’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak oy birliği ile kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Doç. Dr. Can AKTAŞ
(Danışman)

Doç. Dr. Sezgin AYGÜN

Dr. Öğr. Üyesi Samet MEMİŞ

.....

.....

.....

Tez No : 10566251

Tez Savunma Tarihi : 14/08/2023

.....
Prof. Dr. Ahmet Evren ERGİNAL
Enstitü Müdürü

.../.../20...

ETİK BEYAN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kuralları'na uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada; tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı, bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu, bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarımı kabullendiğimi taahhüt ve beyan ederim.

Kadır ÖZCAN
14/08/2023

TEŞEKKÜR

Bu tezin oluşmasında, her zaman beni destekleyen yardımsever danışman hocam Doç. Dr. Can AKTAŞ'a, tüm zor zamanlarda işime odaklanmamı sağlayan eŐim Gamze ÖZCAN'a ve her ne olursa olsun mutluluğum için çabalayan değerli aileme sonsuz teŐekkürlerimi sunarım.”

Kadır ÖZCAN
Çanakkale, Ağustos 2023



ÖZET

LYRA TEORİDE MANYETİK ALANLI KUARK MADDE MODELLERİ

Kadır ÖZCAN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Can AKTAŞ

14/08/2023, 30

Bilindiği üzere evren ivmelenecek genişlemektedir. Bu genişleme Lyra Manifold, $f(R, T)$ teori, $f(R)$ teori, Creation Field teori ve Brans-Dicke teori vb. alternatif gravitasyon teorileri yardımıyla açıklanmaya çalışılmaktadır. Bu nedenle alternatif gravitasyon teorilerine olan ilgi son yıllarda oldukça artmıştır. Bu çalışmada, alternatif gravitasyon teorilerinden biri olan Lyra manifoldunda homojen anizotropik LRS Bianchi I, Bianchi III ve Kantowski-Sachs metrikleri alınarak manyetik alanlı acayip kuark madde çözümleri araştırılmıştır. Çözümler elde edilirken anizotropi parametresi ve frenleme parametresi zamanla lineer değişen ve sabit formda alınmıştır. Elde edilen çözümler geometrik ve fiziksel olarak incelenmiş ve grafikler yardımıyla yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Lyra manifoldu, Magnetize Acayip Kuark Madde, Bianchi I, Frenleme Parametresi

ABSTRACT

MAGNETIZED QUARK MATTER MODELS IN LYRA THEORY

Kadir ÖZCAN

Çanakkale Onsekiz Mart University

School of Graduate Studies

Master of Science Thesis in Mathematics

Supervisor: Asst. Prof. Can AKTAŞ

08/14/2023, 30

As is known, the universe is expanding by accelerating. This expansion is tried to be explained with the help of Lyra Manifold, $f(R, T)$ theory, $f(R)$ theory, Creation Field theory and Brans-Dicke theory, etc., and alternative gravitation theory. For this reason, interest in alternative gravitation theories has increased considerably in recent years. In this study, we have researched magnetized strange quark matter solutions for homogeneous anisotropic LRS Bianchi I, Bianchi III ve Kantowski-Sachs metrics in Lyra manifold which is alternative gravitation theory. We have used anisotropy parameter and linearly varying with time and constant deceleration parameters for the solution. Obtained solutions were investigated geometrically and physically. It is also interpreted with the help of figures.

Keywords: Lyra Manifold, Magnetize Strange Quark Matter, Bianchi I, Deceleration Parameter

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
JÜRİ ONAY SAYFASI.....	i
ETİK BEYAN.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER	vi
SİMGELER ve KISALTMALAR.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
BİRİNCİ BÖLÜM	
GİRİŞ	1
İKİNCİ BÖLÜM	
ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	4
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	
MATERYAL YÖNTEM	7
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	
ARAŞTIRMA BULGULARI	11
4.1. Lineer Frenleme Parametresi.....	11
4.1.1. LRS Bianchi I Metriği Çözümleri	13
4.1.2. Bianchi III Metriği Çözümleri	14

4.1.3. Kantowski-Sachs Metriği Çözümleri	15
4.2. Sabit Frenleme Parametresi.....	16
4.2.1. LRS Bianchi I Metriği Çözümleri	17
4.2.2. Bianchi III Metriği Çözümleri	18
4.2.3. Kantowski-Sachs Metriği Çözümleri	19
BEŞİNCİ BÖLÜM	
SONUÇ ve ÖNERİLER	
20	
5.1. Lineer Frenleme Parametresi İçin Sonuçlar	20
5.2. Sabit Frenleme Parametresi İçin Sonuçlar	22
KAYNAKÇA	24
ÖZGEÇMİŞ	I

SİMGELER VE KISALTMALAR

G_{ij}	Einstein alan tensörü
R_{ij}	Ricci tensörü
R	Ricci skaleri
g_{ij}	Metrik tensör
T_{ij}	Enerji momentum tensörü
q	Frenleme parametresi
H	Hubble parametresi
θ	Genişleme skaleri
σ^2	Shear skaleri
u_i	Dörtlü hız vektörü
ρ	Madde enerji yoğunluğu
p	Madde basıncı
p_q	Kuark maddenin basıncı
ρ_q	Kuark maddenin enerji yoğunluğu
Λ	Kozmolojik sabit
G	Gravitasyon sabiti
B_c	Çanta sabiti
A, B	Metrik potansiyeli

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil No	Şekil Adı	Sayfa No
Şekil 1	Basınç - zaman değişimi	23
Şekil 2	Enerji yoğunluğu - zaman değişimi	23
Şekil 3	Manyetik alan - zaman değişimi	24
Şekil 4	Yer değiştirme vektörü bileşeni - zaman değişimi	24



BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

Evrenimizin yaratılması insanlık tarihi kadar eski ve her zaman ilgi çeken bir konu olmuştur. Yaklaşık yüz yıl öncesine kadar evrenin kendi kendine oluşmuş olduğu düşünülüyordu. Bunun en büyük etkisi zamanın din adamları ve henüz kanıtlanamamış teorilerdi.

Çözümü oldukça zor ve doğrusal olmayan diferansiyel denklemler olan Einstein'ın alan denklemleri ilk olarak kendi öngörülerine dayanarak oluşmuştur.

Einstein 1905 yılında yayınladığı makaleler ile çağının çok ötesinde bir bilim adamı olduğunu herkese gösterdi fakat anlaşılması ve gereken değeri görmesi bundan yıllar sonra oldu. 1920'li yıllarda astronominin gelişmesi ile evrenin yaradılışı hakkında yeni yorumlar yapılmaya başlandı. 1922'de Rus bir fizik bilimcisi olan Alexandre Friedmann, Genel Göreleliğe göre evrenin sabit durumunun olmadığı ve herhangi bir etkinin evren genişlemesi ya da büzüşmesine sebep olacağını keşfetti. Friedmann'ın çalışmalarının mühim olduğunu gören ilk bilim insanı Belçikalı astronom Georges Lemaitre'ydi. Çözümleri inceleyerek evrenimizin bir başlangıca sahip olması gerektiğini ve o anlardan beri genişleme yönelimi olduğunu farketti. 1929 yılında Edwin Hubble astronomi dalında oldukça etki yaratan bir buluşa imzasını attı. Gözlemin yapıldığı noktaya doğru gelen yıldızların rengi mora, gözlemin yapıldığı noktadan uzağa giden yıldızların rengi ise kızıla doğru kayma yapar. Hubble'ın gözlemindeyse bu kurala göre cisimlerin bizden uzaklaşmaya doğru bir yönelimi var. Her şeyin birbirinden uzaklaşması evrende tek bir sonuca varmasını sağladı. O da evrenin genişlemesiydi. Aslında bu gerçek yıllar önce Albert Einstein tarafından dile getirilmişti. Einstein 1915 yılında yaptığı hesaplamalarla evrenin durağan olamayacağını hesaplamıştı. O zamanki astronomlar evrenin statik olduğunu belirtmişlerdi. Einstein kendi bulduğu sonucu bu duruma uydurabilmek için denklemlerine bir kozmolojik sabit ekledi. Sonraki yıllarda ise bunun bir hata olduğunu dile getirdi.

Bilim insanlarının ortaya koyduğu "evrenin genişlemesi" sonucu bir durumu daha meydana getirdi. Genişleme söz konusu olduğuna göre zamanda geri gidilirse daha küçük bir yapı hatta daha da geri gidilirse sıfır hacme sahip olacağı gerçeğine varıldı. Evren sıfır hacme sahip bu noktanın patlaması ile meydana gelmişti. Bu patlamanın şimdiki adı ise

“Big Bang” tir. Günümüze kadar bilim insanları farklı fikirler ortaya atsa da hemen hemen hepsi Büyük Patlama (Big Bang) teorisinde fikir birliğine vardılar. Bu teoriye göre yaklaşık olarak 13.7 milyar yıl önce gerçekleşen büyük patlama ile evrenimiz oluşmaya başlamıştır.

Büyük patlama birçok bilim adamının dikkatini çekmiştir. Evrenin nasıl oluştuğu ve o anlarda neler ortaya çıktığı bilim insanlarınca uzun yıllarca araştırıldı ve araştırılmaya devam ediyor. Araştırmalar gösterdi ki ilk anlarda hiçbir madde bulunmuyordu ve de hala evrendeki dört temel kuvvet ayrılmaz şekildeydi. Kozmolojiye göre evren tekil bir noktadan oluşmaktaydı (Aktaş, 2007).

Higgs mekanizmasını andıran bu zaman dilimine kendi kendine simetri kırımı denir. Büyük patlamanın ilk anlarında madde ile anti madde beraber bulunmaktaydı ve eşit sayıdaldı. Yeni oluşan evren, soğudukça madde ile anti madde arasındaki simetri bozulmaya başladı. Evrenin başlangıcındaki muazzam sıcaklık (yaklaşık 100 milyar kelvin) parçacıkların birbirlerine etki etmelerine sebep oldu. Bu durumda meydana varoluş ve yok oluş süreçlerini getirdi (Cankoçak, 2009).

Yaklaşık 13.7 milyar yıl önce evrenimiz oluşmaya başlamıştır. Bilim insanları yaptıkları çalışmalar sonucunda evrenin ilk anlarında maddeye dair herhangi bir bulguya rastlamamışlardır. Büyük patlamanın ilk 10^{-43} 'üncü saniyesi Plank Çağı olarak isimlendirilir. Yani dört temel kuvvetin birlikte olduğu anlar. Büyük patlamada oluşan enerji, evren genişledikçe azalmaya başlamıştır. Bu azalma dört kuvvetin birbirinden ayrılmasına sebep olmuştur. Önce kütle çekim kuvveti yani yerçekimi kuvveti ayrılmıştır. Sonra evrenin $10^{-35} \leq t \leq 10^{-32}$ saniye aralıklarında şişme dönemi meydana gelmiştir. Yani evren yaklaşık olarak 10^{50} kat büyümüştür. Bu dönemden hemen sonra güçlü kuvvet diğer iki kuvvetten ayrılmıştır. 10^{-12} 'nci anda da elektromanyetik kuvvet ve zayıf kuvvet birbirinden ayrılmıştır. 10^{-6} 'nci saniyede kuark-hadron geçişi olmuştur. Evrenin ısısının azalması ile anti kuarklar ve kuarklar birbirini imha etmiş ve kalan kuarklar protonlar ile nötronları oluşturmuştur (Aktaş, 2007).

$10^{-6} \leq t \leq 1s$ zaman aralığında hafif element oluşumu gerçekleşmiştir. $1s \leq t \leq 3dk$ arası ise madde çağı olarak adlandırılır ve gravitasyonel olarak kararsızlık meydana gelmeye başlamıştır. $3 dk \leq t \leq 400000$ yıl aralığında da gravitasyonel çökme başlamıştır ve bu galaksi şekillenmesi olarak adlandırılır. Son olarak $4000000 \text{ yıl} \leq t \leq$

13.7 milyar yıl aralığında güneş sistemi oluşmuştur ve dünyada yaşam gözlenmektedir (Ulu, 2003).

Büyük Patlama teorisinin temelinde Einstein'ın ortaya attığı Genel Görelelik kuramı ile birlikte kozmolojik sabit ilkesi bulunmaktadır. Genel Görelelik bağlamında evrenin genişlemesinde etkisi olduğu zannedilen karanlık enerji ve karanlık madde problemlerine çözümler bulunamamıştır (Kamenshchik vd., 2001).

Einstein'a göre madde ile enerji bir bütün halindeki kavramlardır. Bazı bilim insanları evren ivmelenmesine gerekçe olarak gösterilen karanlık enerji veya karanlık madde kavramlarının gizemini çözümleyebilmek adına Genel Rölativite kuramını tekrardan araştırmışlardır. Bunun gravitasyonel etkileşmenin son teorisi olmadığını farketmişlerdir (Capozziello ve Francaviglia, 2008).

Ayrıca ivmelenmeyi ve genişlemeyi aydınlatmak adına buna benzer başka teoriler ortaya atılmışlardır. Bunlar da Einstein'ın genel rölativite teorisinin modifiye edilmiş halleridir. Modifiye teorilerde Einstein alan denklemlerinde bazı terimlerin eklenip kozmolojik sabitin çıkarılması ile oluşmuşlardır. Bu eklenen terimler skalerdir, vektörel, ve tensörel. Evrenin ivmelenmesi probleminin çözümleri için Self Creation Field Kozmoloji, $f(R)$ teori, $f(R, T)$ teori, Brans-Dicke ve Lyra Geometri gibi birçok modifiye gravitasyonel teoriler değiştirilerek bu probleme karanlık enerji ve karanlık madde olguları eklenerek domain wall, sicim, kuark-gluon plazma, kuark madde, acayip kuark maddelerle çözümler incelenmektedir.

Bu çalışmanın amacı alternatif gravitasyon teorilerinden biri olan Lyra manifoldunda, LRS Bianchi I, Bianchi III ve Kantowski-Sachs metriklerinde manyetik alanlı acayip kuark maddenin davranışını lineer ve sabit frenleme parametrelerini kullanarak araştırmaktır.

İKİNCİ BÖLÜM

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Son zamanlarda, birçok araştırmacı farklı enerji momentumlu çeşitli evren modellerini incelemiştir. Yapılan araştırmalar evrenin ivmelenerek genişlediğini göstermektedir (Perlmutter vd., 1999). Sen ve Sen, Dunn, Lyra manifolduna dayanan Einstein alan denklemi için yeni bir skaler-tensör teorisi kurdu (Sen, 1957), (Sen ve Dunn, 1971). Singh, Einstein alan denklemlerinin çözümlerini Lyra'nın geometrisindeki silindirik simetrik metrik için araştırmıştır (Singh, 2007). Pradhan ve Singh, Lyra manifoldundaki anizotropik Bianchi tip I dize kozmolojik modellerini araştırmışlardır (Pradhan ve Singh, 2011). Agarwal vd. ideal akışkan bulunan Lyra geometride LRS Bianchi tip II evren modelini inceledi (Agarwal vd., 2011). Pradhan vd. Lyra'nın manifoldun da elektromanyetik alanlı homojen olmayan evren modelini araştırmışlardır (Pradhan vd., 2011). Yadav ve Yadav Bianchi III tipi dökme viskoz ve arotropik mükemmel akışkan kozmolojik modellerini Lyra geometrisi çerçevesinde yapılanlarını araştırmışlardır (Yadav ve Yadav, 2011). Adhav, Einstein alan denklemlerinin LRS Bianchi tip I metriktaki akış maddenin anizotropisi varsayımı altında karanlık enerji için kesin çözümleri, Lyra manifoldu çerçevesinde tek tip ve zamanla değişen yer değiştirme alanı için üstel hacimsel genişleme için elde etmiştir (Adhav, 2011). Shchigolev ve Semenova Skaler alanlar için yeni homojen kozmolojik model sınıfları, Lyra'nın geometrisi bağlamında inşa etmişler (Shchigolev ve Semenova, 2012). Aygün vd. Lyra ve Riemann geometrilerinde Marder evreni için büyük çaplı bir alan bulunup bulunmadığını araştırdılar (Aygün vd., 2012). Pradhan vd. Lyra manifoldunda elektromanyetik alanlı Bianchi III evren modelini araştırdılar (Pradhan vd., 2012).

Saadat, Lyra manifoldunda etkin bir terim ile genişletilmiş Chaplygin gazını karanlık madde ve quintessence skaler alanın karanlık enerji olarak etkileşimini incelemiştir (Saadat, 2016). Darabi vd. Einstein statik evrenin, Lyra geometrisi bağlamında homojen skaler bozulmalara karşı varlığı ve kararlılık koşullarını incelenmişlerdir (Darabi vd., 2015). R.M. Gad, Lyra geometrisine dayanan Bianchi tip I modelinin homotik bir vektör alanını incelemiştir (Gad, 2015). R.M. Gad ve A.E. Al Mazrooei, Lyra'nın geometrisine dayanan, homotik bir vektör alanı kabul eden aksenal simetrik uzay zamanlarını incelemişler ve yer değiştirme vektörlerinin t 'nin bir fonksiyonu olduğu ve sabit olduğu durumlar araştırmışlar. Lyra geometrisi bağlamında, Einstein'ın alan

denklemlerinin söz konusu uzay-zamana yönelik çözümlerini bulmuş ve sınıflandırmışlardır (Gad ve Al Mazrooei, 2016). Sousa vd. Lyra geometrisine dayanan durgun bir dalga brandası önermişler. Lyra yer değiştirme vektörü, Einstein denklemlerinde etkileşmeyen bir hayalet skalar olarak yorumlanabilecek bir değişiklik sağladığı görülmüş ve Einstein'ın Lyra manifoldundaki denkleminde, kozmolojik bir sabitin varlığında 5D durgun bir dalga brandası inşa edilebilmişler. Literatürde sunulan diğer durgun dalga çözümlerinin aksine, bu yeni çözümleri elde etmek için alan ne olursa olsun gerekli olmadığı fark edilmiştir. Sousa ve arkadaşları çalıştıkları modelde skaler, ayar vektörü ve fermiyonik alanların özelliklerini analiz ederek, tuzak maddesi işleminde geometrik yapının uygunluğunu vurgulamışlardır (Sousa vd., 2018).

Mishra vd. Kaluza-Klein karanlık enerji mıknatıslanmış anizotropik akışkan maddedeki kozmolojik modeller, normal fonksiyonda, Lyra'nın manifold için, gauge fonksiyonunun zaman fonksiyonu olarak alındığı alan denklemleri için incelenmişlerdir (Mishra vd., 2019). Maurya ve Zia, Lyra geometrisinde Einstein'ın Brans-Dicke gravitasyon teorisinde homojen ve anizotropik Bianchi tip I kozmolojik bir modelini araştırmışlardır (Maurya ve Zia, 2019). Mollah, Singh ve Singh, Bianchi tip III metriği tarafından tanımlanan Lyra geometri ayarında mükemmel akışkanlı homojen ve anizotropik bir uzay-zamanın araştırılmasıyla ilgilenmişlerdir (Mollah vd., 2018). Naidu vd., Lyra manifoldunda Bianchi I evren modeli için kütleli skaler alan ve ideal akışkan madde dağılımını araştırdı. (Naidu vd., 2020). Aktaş ve Aygün, $f(R, T)$ teorisindeki FRW evren modeli için manyetize acayip kuark madde (MSQM) dağılımını araştırmışlardır (Aktaş ve Aygün, 2017). Kalkan ve Aktaş, MSQM'yi 5D Kaluza-Klein metriği için $f(R, T)$ teorisinde incelediler. (Kalkan ve Aktaş, 2022). MSQM'nin davranışı, homojen olmayan anizotropik uzay-zamanda $f(R, T)$ teorisi çerçevesinde Kalkan vd. tarafından incelenmiştir (Kalkan vd., 2022). Ayrıca Bianchi VI₀ metriğinde MSQM'nin fiziksel özellikleri Kalkan ve Aktaş tarafından $f(R, T)$ teoride incelenmiştir (Kalkan ve Aktaş, 2021). Güdekli vd. $f(T, \tau)$ teorisinde Krori Barua uzay-zamanı için acayip yıldızları araştırdılar (Gudekli vd., 2022). Tsallis karanlık enerji evren modeli, Khan vd. tarafından yerel olarak dönme simetrik (LRS) Bianchi V metriği için Saez-Ballester yerçekimi teorisinde araştırıldı (Khan vd., 2023). Can ve Güdekli, konservatif ve konservatif olmayan $f(R, T)$ modellerini analiz etmişlerdir (Can ve Güdekli, 2021). Abebe vd., Bianchi V evren modeli için viskoz akışkan madde dağılımını incelediler (Abebe vd., 2023). $f(R, T)$

yerçekimi teorisinde jerk parametresinin rolü Tiwari vd. tarafından analiz edilmiştir (Tiwari vd., 2023).



ÜÇÜNCÜ BÖLÜM MATERYAL VE YÖNTEM

Einstein'ın 1915 yılında ortaya attığı ve Einstein alan denklemleri olarak bilinen denklemler gravitasyonel etkileşimleri ve büyük ölçekte evrenin yapısını açıklayan denklemlerdir ve aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$G_{ik} \equiv R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R + \Lambda g_{ik} = -\frac{8 \pi G}{c^4} T_{ik} \quad (3.1)$$

(3.1) denkleminde G_{ik} Einstein alan tensörü, R_{ik} Ricci tensörü, R Ricci skaleri, g_{ik} metrik tensör, Λ kozmolojik sabit, c ışık hızı, G gravitasyon sabiti ve T_{ik} enerji momentum tensörüdür.

Lyra 1951 yılında, Einstein'ın alan denklemlerine kozmolojik sabit gibi davranan bir terim ekleyerek alternatif Einstein Alan denklemlerini

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R + \frac{3}{2} \left(\Phi_i \Phi_k - \frac{1}{2} g_{ik} \Phi_j \Phi^j \right) = -\frac{8 \pi G}{c^4} T_{ik} \quad (3.2)$$

öne sürmüştür (Lyra, 1951).

Burada R_{ik} Ricci tensörü, g_{ik} metrik tensörü, T_{ik} enerji momentum tensörü, R Ricci skaleri ve Φ_i yer değiştirme vektörüdür ve aşağıdaki şekilde tanımlıdır (Lyra, 1951).

$$\Phi_i = (0, 0, 0, \beta(t)) = \delta_i^4 \cdot \beta(t) \quad (3.3)$$

İdeal akışkan formundaki manyetize kuark madde için

$$T_{ik} = (\rho + p + h^2) u_i u_k + \left(p + \frac{h^2}{2} \right) g_{ik} - h_i h_k \quad (3.4)$$

enerji momentum tensörü şekildeki gibidir (Barrow vd., 2007). Matris gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$T_i^k = \begin{bmatrix} p - \frac{h^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p + \frac{h^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p + \frac{h^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\rho - \frac{h^2}{2} \end{bmatrix}$$

Burada ρ enerji yoğunluğu, p basınç, h_i manyetik alan vektörü ve u_i dörtlü hız vektörüdür. h_i ve u^i aralarında $h_i u^i = 0$ ve $u_i u^i = -1$ bağıntıları vardır (Aktaş ve Yılmaz., 2007). $h_i u^i = 0$ koşulundan dolayı manyetik alan radyal(r) yönde seçilmiştir.

Acayip (strange) kuark maddeler için iki farklı durum denklemi kullanılır. Bunlardan birincisi çanta modeli olarak adlandırılan durum denklemdir. Çanta modelinde kuarkların birbiriyle etkileşimsiz olduğu kabul edilir.

Bu modelde toplam enerji yoğunluğu

$$\rho = \rho_q + B_c,$$

toplam basınç

$$p = p_q - B_c$$

ve kuark basıncı ile kuark enerji yoğunluğu arasında

$$p_q = \frac{\rho_q}{3}$$

bağıntısı mevcuttur. Burada ρ_q kuark enerji yoğunluğu, p_q kuark basıncı ve B_c çanta sabitidir. Burada çanta modelindeki acayip kuark madde için durum denklemi aşağıdaki gibidir (Kapusta ve Landshoff, 1989).

$$p = \frac{\rho - 4B_c}{3} \quad (3.5)$$

Uzaysal hacim

$$V = a^3 = \sqrt{-g} \quad (3.6)$$

şeklinde olup burada g metrik tensörün determinantını göstermektedir. Hubble parametresi ise

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (3.7)$$

şeklinde olup, genişleme skaleri

$$\theta = u^i_{;i} \quad (3.8)$$

dir. Burada u^i 4-lü hız vektörü olup

$$u^i = \frac{dx^i}{ds} = \left(0, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{-g_{44}}}\right) = \frac{\delta_4^i}{\sqrt{g_{44}}}$$

şeklinde tanımlıdır. $u^i u_i = g^{ik} u_i u_k = g_{ik} u^i u^k = -1$ bağıntılarını sağlar.

Shear tensörü ise aşağıdaki gibi tanımlıdır (Misner, et al. ,2017).

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2} \mu_{ik} - \frac{1}{3} \theta h_{ik} \quad (3.9)$$

Burada $\mu_{ik} = u_{i;k} + u_{k;i} + u_i u_k + u_k u_i$ ve $h_{ik} = g_{ik} + u_i u_k$ şeklinde tanımlıdır.

Shear skaleri ise

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sigma_{ik} \sigma^{ik} \quad (3.10)$$

dir (Misner, et al. ,2017). Ortalama anizotropi parametresi

$$AP = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{H_i - H}{H} \right)^2 \quad (3.11)$$

olur. Burada H_i Hubble parametresi bileşenleri $H_i = \frac{1}{\sqrt{g_{ii}}} \frac{\partial(\sqrt{g_{ii}})}{\partial t}$ $i = 1,2,3$ tür.

Frenleme parametresi

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{H} \right) - 1 \quad (3.12)$$

şeklinde tanımlıdır (Klanova, 2013).

Küresel koordinatlarda (r, θ, ϕ, t) homojen anizotropik LRS Bianchi I, Bianchi III ve Kantowski-Sachs metriğinin genel formu aşağıdaki şekildedir.

$$ds^2 = -dt^2 + A^2 dr^2 + B^2 (d\theta^2 + K(\theta)^2 d\phi^2) \quad (3.13)$$

Burada metrik katsayıları olan A ve B fonksiyonu zaman değişkeni olan t 'ye göre değişen bağımlı fonksiyonlardır. $K(\theta)$ ise aşağıdaki şekilde tanımlı bir fonksiyondur.

$$K(\theta) = \begin{cases} \theta, & \text{LRS Bianchi I} \\ \sin(\theta), & \text{Kantowski - Sachs} \\ \sinh(\theta), & \text{Bianchi III} \end{cases}$$

(3.13) metriği anizotropudur. Ancak θ ve ϕ yönlerindeki madde dağılımı aynıdır. Yani θ ve ϕ yönlerinde izotrop, r yönünde anizotropdur ($\sigma_1^1 \neq \sigma_2^2 = \sigma_3^3$).

(3.13) metriğin matris formu aşağıdaki gibidir.

$$g_{ik} = \begin{bmatrix} A^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B^2 K(\theta)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(3.13) metriği için kinematik nicelikler;

genişleme skaleri,

$$\theta = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{2\dot{B}}{B} \quad (3.14)$$

frenleme parametresi,

$$q = \frac{-3AB^2\ddot{A} - 6A^2B\ddot{B} + 2(A\dot{B} - \dot{A}B)^2}{(2A\dot{B} + \dot{A}B)^2}$$

shear tensörünün bileşenleri,

$$\sigma_1^1 = \frac{2}{3} \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right) \quad (3.15)$$

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{A}}{A} \right) \quad (3.16)$$

$$\sigma_3^3 = \frac{1}{3} \left(\frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{A}}{A} \right) \quad (3.17)$$

shear skaleri

$$\sigma^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right)^2 \quad (3.18)$$

Hubble parametresi,

$$H = \frac{\dot{A}}{3A} + \frac{2\dot{B}}{3B} \quad (3.19)$$

hacim,

$$V = a^3 = AB^2 \quad (3.20)$$

anizotropi parametresi,

$$AP = \frac{6(\dot{A}B - A\dot{B})^2}{(2\dot{A}B + A\dot{B})^2} \quad (3.21)$$

şeklinde tanımlıdır.



DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ARAŞTIRMA BULGULARI

(3.2), (3.4) ve (3.13) denklemleri kullanılarak Lyra geometrideki Einstein alan denklemleri

$$\frac{2\dot{B}}{B} + \frac{\dot{B}}{B} - \frac{K''}{KB^2} + \frac{3}{4}\beta^2 = -p + \frac{1}{2}h^2 \quad (4.1)$$

$$\frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{A}}{A} - \frac{A\dot{B}}{AB} + \frac{3}{4}\beta^2 = -p - \frac{1}{2}h^2 \quad (4.2)$$

$$\frac{2A\dot{B}}{B} + \frac{\dot{B}^2}{B} - \frac{K''}{KB^2} - \frac{3}{4}\beta^2 = \rho + \frac{1}{2}h^2 \quad (4.3)$$

şeklinde elde edilir. Burada nokta t 'ye göre türevi göstermektedir ve $K'' = \frac{d^2K}{d\theta^2}$ dir.

(4.1) - (4.3) Lyra geometrideki Einstein alan denklemlerinden görüleceği gibi altı bilinmeyenli $(A, B, p, \rho, \beta^2, h^2)$ üç denklem mevcuttur. Bu denklem sistemini çözebilmek için genellikle anizotropi parametresi, frenleme parametresi gibi ilave denklemler alınır. Biz bu çalışmada ilave denklem olarak frenleme parametresini lineer ve sabit formda, anizotropi parametresini ve acayıp kuark madde için geçerli durum denklemini kullanarak çözümleri araştıracağız. İlk olarak lineer frenleme parametresi durumunu inceleyelim.

4.1. Lineer Frenleme Parametresi

Öncelikle ilave denklem olarak frenleme parametresini alabiliriz. Frenleme parametresi evrenin ivmelenip ivmelenmediğini gösteren önemli parametrelerden biri olarak bilinmektedir. Birçok çalışmada frenleme parametresi sabit olarak alınmaktaydı. Ancak son yıllarda yapılan çalışmalarda frenleme parametresi zamana bağlı olarak alınmaktadır. Zamana bağlı olarak alınan frenleme parametrelerinden özellikle lineer formda olanı son yıllarda oldukça popüler olmuştur. Lineer formdaki frenleme parametresi 2012 yılında Akarsu ve Dereli tarafından önerilmiştir (Akarsu ve Dereli, 2012). Lineer formdaki frenleme parametresi,

$$q = -kt + m - 1 \quad (4.4)$$

şeklindedir. Bu denklemin çözümünden metrik potansiyeli olan A aşağıdaki gibi bulunur.

$$A = c_1 \frac{e^{\left(\frac{\operatorname{arctanh}\left(\frac{kt-m}{\sqrt{m^2+6c_2k}}\right)}{\sqrt{m^2+6c_2k}} \right)^6}}{B^2} \quad (4.5)$$

Burada c_1 ve c_2 integral sabitlerdir. Genelliği bozmaksızın $c_1 = 1$ ve $c_2 = 0$ alabiliriz. Bu durumda metrik potansiyeli A ,

$$A = \frac{\left(\frac{kt}{kt-2m}\right)^{\frac{3}{m}}}{B^2} \quad (4.6)$$

şeklini alır. İkinci olarak ilave denklem olarak anizotropi parametresini kullanabiliriz. Anizotropi parametresi evrenin izotropisiyle ilgili bilgi veren bir parametredir. 0 ile 1 arasında değerler alabilir. Eğer anizotropi parametresi sıfır ise o zaman evren izotropudur denir. (3.14) ve (3.18) denklemlerinden anizotropi parametresi

$$\frac{\sigma_x^x}{\theta} = \xi \quad (4.7)$$

olarak alınırsa metrik potansiyeli olan B

$$B = c_3 \left(\frac{t}{kt-2m}\right)^{\frac{\sqrt{3}\xi+1}{m}} \quad (4.8)$$

olarak bulunur. Bu denklemdeki c_3 sabiti integral sabitidir. (4.6) ve (4.8) denklemlerinden

$$A = \frac{(-1)^m}{c_3^2} \left(\frac{kt-2m}{t} \right)^{\frac{2\sqrt{3}\xi-1}{m}} \quad (4.9)$$

bulunur. Son olarak, ilave denklem olarak acayip kuark maddenin durum denklemini kullanabiliriz. (3.5), (4.1)-(4.3), (4.8) ve (4.9) denklemlerinden basınç,

$$p = \frac{2(\sqrt{3}\xi-2)(kt-m+3)}{t^2(kt-2m)^2} - \frac{K''}{2c_3^2 K} \left(\frac{kt-2m}{kt} \right)^{\frac{2+2\sqrt{3}\xi}{m}} - 2B_c \quad (4.10)$$

şeklinde bulunur. Enerji yoğunluğu,

$$\rho = \frac{6(\sqrt{3}\xi-2)(kt-m+3)}{t^2(kt-2m)^2} - \frac{3K''}{2c_3^2 K} \left(\frac{kt-2m}{kt} \right)^{\frac{2+2\sqrt{3}\xi}{m}} - 2B_c \quad (4.11)$$

şeklinde bulunur. Manyetik alan,

$$h^2 = \frac{12\xi(-kt-m+3)\sqrt{3}}{t^2(kt-2m)^2} - \frac{K''}{c_3^2 K} \left(\frac{kt-2m}{kt} \right)^{\frac{2+2\sqrt{3}\xi}{m}} \quad (4.12)$$

şeklinde bulunur ve son olarak yer değiştirme vektörü bileşeni β^2 ise

$$\beta^2 = \frac{4(4kt-9\xi^2-4m+8)}{t^2(kt-2m)^2} - \frac{4K''}{3c_3^2 K} \left(\frac{kt-2m}{kt} \right)^{\frac{2-3\xi}{m}} + \frac{8}{3}B_c \quad (4.13)$$

olarak bulunur. (4.10) – (4.13) denklemlerinden görüleceği üzere basınç, enerji yoğunluğu, manyetik alan ve yer değiştirme vektörü bileşeni $K(\theta)$ 'ya bağlıdır. $K(\theta)$ 'nin durumlarına göre her bir metrik için çözümleri aşağıdaki gibi elde ederiz.

4.1.1. LRS Bianchi I Metriği Çözümleri

Eğer $K(\theta) = \theta$ olarak alınırsa, LRS Bianchi I metriği için çözümler bulunmuş olur. Bu durumda basınç ve enerji yoğunluğu,

$$p = \frac{2(\sqrt{3}\xi-2)(kt-m+3)}{t^2(kt-2m)^2} - 2B_c \quad (4.14)$$

$$\rho = \frac{6(\sqrt{3}\xi-2)(kt-m+3)}{t^2(kt-2m)^2} - 2B_c \quad (4.15)$$

Manyetik alan,

$$h^2 = \frac{18\xi(kt-m+3)\sqrt{3}}{t^2(kt-2m)^2} \quad (4.16)$$

şeklinde bulunur ve son olarak yer değiştirme vektörü bileşeni β^2

$$\beta^2 = \frac{4(4kt-9\xi^2-4m+8)}{t^2(kt-2m)^2} + \frac{8}{3}B_c \quad (4.17)$$

şeklindedir.

4.1.2. Bianchi III Metriği Çözümleri

Eğer $K(\theta) = \sinh \theta$ olarak alınırsa, Bianchi III metriği için çözümler bulunmuş olur. Bu durumda basınç ve enerji yoğunluğu,

$$p = \frac{2(\sqrt{3}\xi-2)(kt-m+3)}{t^2(kt-2m)^2} - \frac{1}{2c_3^2} \left(\frac{kt-2m}{kt} \right)^{\frac{2+2\sqrt{3}\xi}{m}} - 2B_c \quad (4.18)$$

$$\rho = \frac{6(\sqrt{3}\xi-2)(kt-m+3)}{t^2(kt-2m)^2} - \frac{3}{2c_3^2} \left(\frac{kt-2m}{kt} \right)^{\frac{2+2\sqrt{3}\xi}{m}} - 2B_c \quad (4.19)$$

Manyetik alan,

$$h^2 = \frac{12\xi(kt-m+3)\sqrt{3}}{t^2(kt-2m)^2} - \frac{1}{c_3^2} \left(\frac{kt-2m}{kt} \right)^{\frac{2+2\sqrt{3}\xi}{m}} \quad (4.20)$$

şeklinde bulunur ve son olarak yer değiştirme vektörü bileşeni β^2

$$\beta^2 = \frac{4(4kt-9\xi^2-4m+8)}{t^2(kt-2m)^2} - \frac{4}{3c_3^2} \left(\frac{kt-2m}{kt} \right)^{\frac{2-3\xi}{m}} + \frac{8}{3} B_c \quad (4.21)$$

şeklindedir.

4.1.3. Kantowski-Sachs Metriği Çözümleri

Eğer $K(\theta) = \sin \theta$ olarak alınırsa, Kantowski-Sachs metriği için çözümler bulunmuş olur. Bu durumda basınç ve enerji yoğunluğu,

$$p = \frac{2(\sqrt{3}\xi-2)(kt-m+3)}{t^2(kt-2m)^2} + \frac{1}{2c_3^2} \left(\frac{kt-2m}{kt} \right)^{\frac{2+2\sqrt{3}\xi}{m}} - 2B_c \quad (4.22)$$

$$\rho = \frac{6(\sqrt{3}\xi-2)(kt-m+3)}{t^2(kt-2m)^2} + \frac{3}{2c_3^2} \left(\frac{kt-2m}{kt} \right)^{\frac{2+2\sqrt{3}\xi}{m}} - 2B_c \quad (4.23)$$

Manyetik alan,

$$h^2 = \frac{12\xi(kt-m+3)\sqrt{3}}{t^2(kt-2m)^2} + \frac{1}{c_3^2} \left(\frac{kt-2m}{kt} \right)^{\frac{2+2\sqrt{3}\xi}{m}} \quad (4.24)$$

şeklinde bulunur ve son olarak yer değiştirme vektörü bileşeni β^2

$$\beta^2 = \frac{4(4kt-9\xi^2-4m+8)}{t^2(kt-2m)^2} + \frac{4}{3c_3^2} \left(\frac{kt-2m}{kt} \right)^{\frac{2-3\xi}{m}} + \frac{8}{3} B_c \quad (4.25)$$

şeklindedir.

4.2 Sabit Frenleme Parametresi

Eğer (4.4) denkleminde $k = 0$ alınırsa, sabit frenleme parametresi elde edilir. Bu durumda metrik potansiyeli A aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A = \frac{(m(c_4 t + c_5))^{\frac{3}{m}}}{B^2} \quad (4.26)$$

Burada c_4 ve c_5 integral sabitleridir. Yine ilave denklem olarak anizotropi parametresini kullanabiliriz. (4.7) denkleminin çözümünden diğer metrik potansiyeli olan B

$$B = \frac{c_6}{(c_4 t + c_5)^{\frac{3\xi - 2}{2m}}} \quad (4.27)$$

şeklinde elde edilir. Burada c_6 integral sabitidir. (4.26) ve (4.27) denklemlerinden

$$A = \frac{m^{\frac{3}{m}} (c_4 t + c_5)^{\frac{3\xi + 1}{m}}}{c_6^2} \quad (4.28)$$

olarak elde edilir. Son olarak acayıp kuark maddenin durum denklemini de kullanırsak, (3.5), (4.1)-(4.3), (4.27) ve (4.28) denklemlerinden basınç,

$$p = \frac{c_4^2 (3\xi + 4)(3 - m)}{4m^2 (c_4 t + c_5)^2} - \frac{K''}{K} \frac{1}{2c_6^2 (c_4 t + c_5)^{\frac{2 - 3\xi}{m}}} - 2B_c \quad (4.29)$$

şeklinde bulunur. Enerji yoğunluğu,

$$\rho = \frac{3c_4^2(3\xi+4)(3-m)}{4m^2(c_4t+c_5)^2} - \frac{K''}{K} \frac{3}{2c_6^2(c_4t+c_5)^{\frac{2-3\xi}{m}}} - 2B_c \quad (4.30)$$

şeklinde bulunur. Manyetik alan,

$$h^2 = \frac{9}{2} \frac{c_4^2\xi(m-3)}{m^2(c_4t+c_5)^2} - \frac{K''}{K} \frac{1}{c_6^2(c_4t+c_5)^{\frac{2-3\xi}{m}}} \quad (4.31)$$

şeklinde bulunur ve son olarak yer değiştirme vektörü bileşeni β^2 ise

$$\beta^2 = \frac{c_4^2(-9\xi^2+4m-8)}{m^2(c_4t+c_5)^2} + \frac{K''}{K} \frac{4}{3c_6^2(c_4t+c_5)^{\frac{2-3\xi}{m}}} + \frac{8}{3}B_c \quad (4.32)$$

olarak bulunur. Frenleme parametresinin sabit olması durumunda da basınç, enerji yoğunluğu, manyetik alan ve yer değiştirme vektörü bileşeni $K(\theta)$ 'ya bağlıdır. $K(\theta)$ 'nin durumlarına göre her bir metrik için çözümleri aşağıdaki gibi elde ederiz.

4.2.1. LRS Bianchi I Metriği Çözümleri

Eğer $K(\theta) = \theta$ olarak alınırsa, LRS Bianchi I metriği için çözümler bulunmuş olur. Bu durumda basınç ve enerji yoğunluğu,

$$p = \frac{c_4^2(3\xi+4)(3-m)}{4m^2(c_4t+c_5)^2} - 2B_c \quad (4.33)$$

$$\rho = \frac{3c_4^2(3\xi+4)(3-m)}{4m^2(c_4t+c_5)^2} - 2B_c \quad (4.34)$$

Manyetik alan,

$$h^2 = \frac{9}{2} \frac{c_4^2 \xi (m-3)}{m^2 (c_4 t + c_5)^2} \quad (4.35)$$

şeklinde bulunur ve son olarak yer değiştirme vektörü bileşeni β^2

$$\beta^2 = \frac{c_4^2 (-9\xi^2 + 4m - 8)}{m^2 (c_4 t + c_5)^2} + \frac{8}{3} B_c \quad (4.36)$$

şeklindedir.

4.2.2. Bianchi III Metriği Çözümleri

Eğer $K(\theta) = \sinh \theta$ olarak alınır, Bianchi III metriği için çözümler bulunmuş olur. Bu durumda basınç ve enerji yoğunluğu,

$$p = \frac{c_4^2 (3\xi + 4)(3-m)}{4m^2 (c_4 t + c_5)^2} - \frac{1}{2c_6^2 (c_4 t + c_5)^{\frac{2-3\xi}{m}}} - 2B_c \quad (4.37)$$

$$\rho = \frac{3c_4^2 (3\xi + 4)(3-m)}{4m^2 (c_4 t + c_5)^2} - \frac{3}{2c_6^2 (c_4 t + c_5)^{\frac{2-3\xi}{m}}} - 2B_c \quad (4.38)$$

Manyetik alan,

$$h^2 = \frac{9}{2} \frac{c_4^2 \xi (m-3)}{m^2 (c_4 t + c_5)^2} - \frac{1}{c_6^2 (c_4 t + c_5)^{\frac{2-3\xi}{m}}} \quad (4.39)$$

şeklinde bulunur ve son olarak yer değiştirme vektörü bileşeni β^2

$$\beta^2 = \frac{c_4^2 (-9\xi^2 + 4m - 8)}{m^2 (c_4 t + c_5)^2} + \frac{4}{3c_6^2 (c_4 t + c_5)^{\frac{2-3\xi}{m}}} + \frac{8}{3} B_c \quad (4.40)$$

şeklindedir.

4.2.3. Kantowski-Sachs Metriği Çözümleri

Eğer $K(\theta) = \sin \theta$ olarak alınırsa, Kantowski-Sachs metriği için çözümler bulunmuş olur. Bu durumda basınç ve enerji yoğunluğu,

$$p = \frac{c_4^2(3\xi+4)(3-m)}{4m^2(c_4t+c_5)^2} + \frac{1}{2c_6^2(c_4t+c_5)^{\frac{2-3\xi}{m}}} - 2B_c \quad (4.41)$$

$$\rho = \frac{3c_4^2(3\xi+4)(3-m)}{4m^2(c_4t+c_5)^2} + \frac{3}{2c_6^2(c_4t+c_5)^{\frac{2-3\xi}{m}}} - 2B_c \quad (4.42)$$

Manyetik alan,

$$h^2 = \frac{9}{2} \frac{c_4^2 \xi (m-3)}{m^2 (c_4t+c_5)^2} + \frac{1}{c_6^2 (c_4t+c_5)^{\frac{2-3\xi}{m}}} \quad (4.43)$$

şeklinde bulunur ve son olarak yer değiştirme vektörü bileşeni β^2

$$\beta^2 = \frac{c_4^2(-9\xi^2+4m-8)}{m^2(c_4t+c_5)^2} - \frac{4}{3c_6^2(c_4t+c_5)^{\frac{2-3\xi}{m}}} + \frac{8}{3}B_c \quad (4.44)$$

şeklindedir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada homojen anizotropik LRS Bianchi I, Bianchi III ve Kantowski-Sachs metriklerinde manyetik alanlı acayıp kuark maddenin davranışı Lyra manifoldu çerçevesinde incelenmiştir. Çözümler araştırılırken frenleme parametresi zamana bağlı lineer formda ve sabit formda alınmıştır.

5.1 Lineer Frenleme Parametresi İçin Sonuçlar

(3.14), (3.18), (3.19), (3.21), (4.8) ve (4.9) denklemlerinden kinematik niceliklerden Hubble parametresi,

$$H = \frac{2}{t(2m - kt)}$$

genişleme skaleri,

$$\theta = \frac{6}{t(2m - kt)}$$

shear skaleri

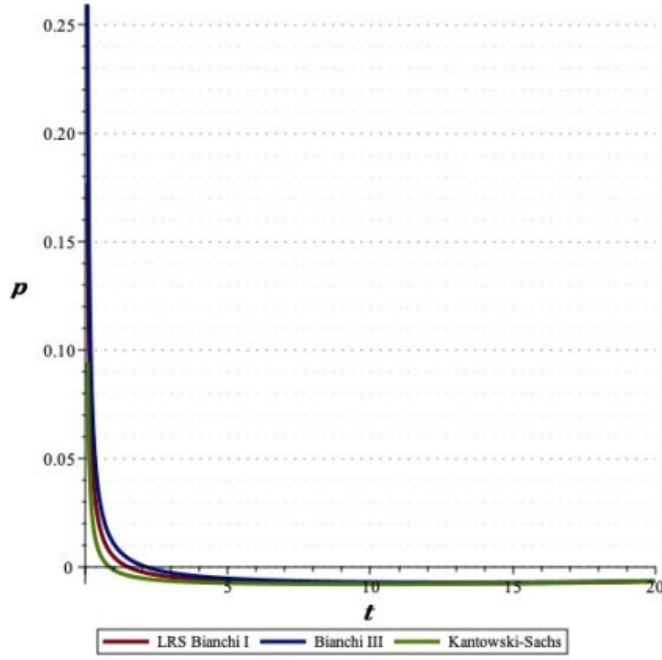
$$\sigma^2 = \frac{36\xi^2}{t^2(2m - kt)^2}$$

ortalama anizotropi parametresi

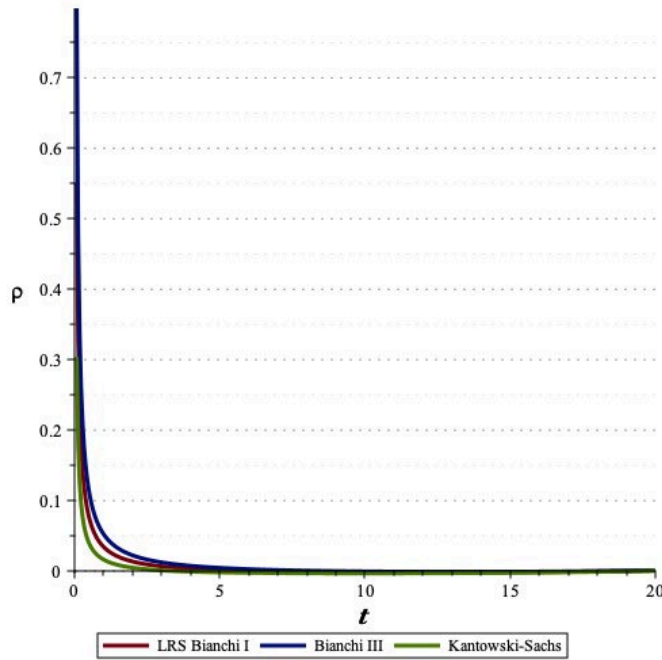
$$AP = 18\xi^2$$

şeklinde elde edilir. Her üç metrik (LRS Bianchi I, Bianchi III ve Kantowski-Sachs) için de elde edilen sonuçlarda $t = 0$ ve $t = \frac{2m}{k}$ noktalarında tekillikler mevcuttur.

Çözümlerimizin geçerli olabilmesi için $t \neq 0$ ve $t \neq \frac{2m}{k}$ olmalıdır. Bu noktalarda kinematik nicelikler de tekilliklere sahiptir. $t \rightarrow 0$ için tüm kinematik nicelikler sabit olurken, $t \rightarrow \infty$ için tüm kinematik nicelikler sifıra yaklaşmaktadır. Metrik potansiyelleri olan A ve B zamanla artmaktadır. Basınç ve enerji yoğunluğunun grafikleri aşağıdaki gibidir. Grafiklerden de görüleceği gibi Basınç ve enerji yoğunluğu, zamanla azalmaktadır.

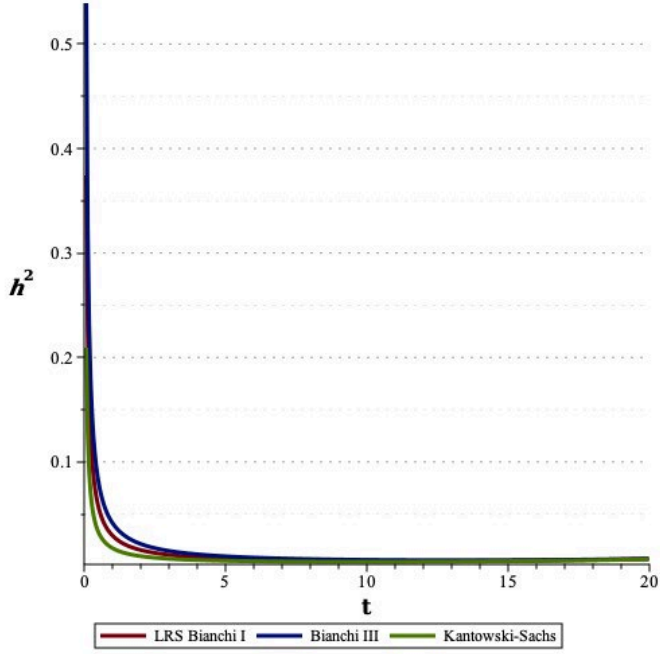


Şekil 1. Basınç - zaman değişimi

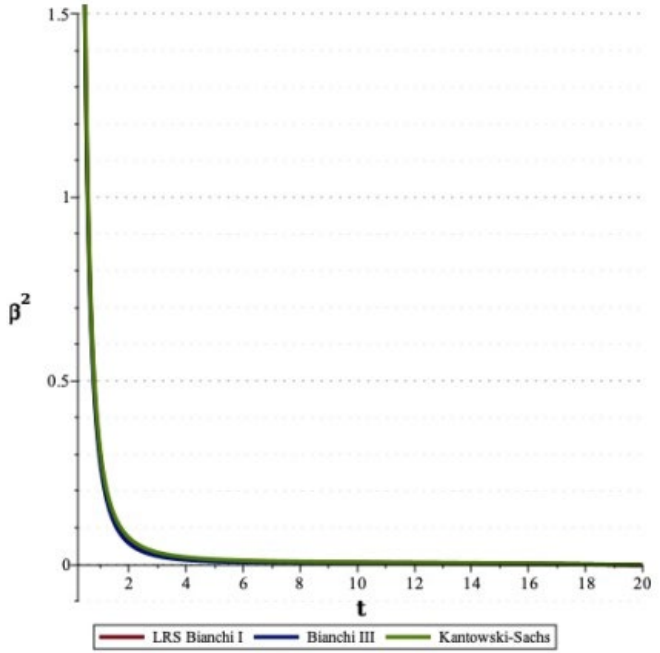


Şekil 2. Enerji yoğunluğu - zaman değişimi

Manyetik alan ve yer değiştirme vektörü bileşenin zamana göre değişim grafikleri ise aşağıda verilmiştir. Grafikler incelendiğinde manyetik alan ve yer değiştirme vektörü bileşenin de zamanla azaldığı görülmektedir.



şekil 3. Manyetik alan - zaman değişimi



şekil 4. Yer değiştirme vektörü bileşeni - zaman değişimi

LRS Bianchi I metriği durumunda elde edilen manyetik alan (4.16) denkleminde de görüleceği gibi $\xi = 0$ olduğunda sıfır olmaktadır. $\xi = 0$ olması evren modelinin izotrop olduğunu gösterir. Eğer homojen anizotropik evren modelimiz homojen izotropik evren modeline dönerse manyetik yok olmaktadır. Manyetik alanın kaynağı evrenin anizotropisi olabilir. Yani evrenin anizotropluğu manyetik alanın oluşmasında önemli bir rol oynamaktadır.

5.2 Sabit Frenleme Parametresi İçin Sonuçlar

(3.14), (3.18), (3.19), (3.21), (4.27) ve (4.28) denklemlerinden kinematik niceliklerden Hubble parametresi,

$$H = \frac{c_4}{m(c_4 t + c_5)}$$

genişleme skaleri,

$$\theta = \frac{3c_4}{m(c_4 t + c_5)}$$

shear skaleri

$$\sigma^2 = \frac{27c_4^2 \xi^2}{4m^2(c_4 t + c_5)^2}$$

ortalama anizotropi parametresi

$$AP = \frac{27\xi^2}{2}$$

şeklinde elde edilir.

LRS Bianchi I, Bianchi III ve Kantowski-Sachs metriklerinde elde edilen tüm sonuçlarda $t = -\frac{c_5}{c_4}$ noktasında tekillik mevcuttur. Çözümlerin geçerli olabilmesi için $t \neq -\frac{c_5}{c_4}$ ve $m \neq 0$ olmalıdır. $t \rightarrow 0$ için tüm kinematik nicelikler sabit olurken, $t \rightarrow \infty$ için tüm kinematik nicelikler sıfıra yaklaşmaktadır.

Metrik potansiyelleri olan A ve B zaman arttıkça artmaktadır. Enerji yoğunluğu, basınç, manyetik alan ve yer değiştirme vektörü bileşeni zamanla azalmaktadır.

(4.35) denkleminde görüleceği gibi LRS Bianchi I metriği için elde edilen manyetik alan $\xi = 0$ olduğunda sıfır olmaktadır. Lineer frenleme parametresi durumunda geçerli olan durum sabit frenleme parametresi için de geçerlidir. Yani evrenin anizotropluğu ile manyetik alan arasında önemli bir ilişki bulunmaktadır.

KAYNAKÇA

- Abebe, A., Alfedeel, A. H., Sofuoğlu, D., Hassan, E. I., & Tiwari, R. K. (2023). “Perturbations in Bianchi-V Spacetimes with Varying Λ , G and Viscous Fluids”. *Universe*, 9(2), 61.)
- Adhav, K. S. (2011). “LRS Bianchi Type-I Universe with Anisotropic Dark Energy in Lyra Geometry”. *International Journal of Astronomy and Astrophysics*, 1 (04), 204-209.
- Agarwal, S. Pandey, R.K. ve Pradhan, A. (2011). “LRS Bianchi Type II Perfect Fluid Cosmological Models in Normal Gauge for Lyra’s Manifold” *Int. J. Theor. Phys.* 50 (296).
- Akarsu, Ö. ve Dereli, T. (2012). “Cosmological Models with Linearly Varying Deceleration Parameter”. *International Journal of Theoretical* 51 (2), 612-621.
- Aktaş, C., ve Aygün, S. (2017). “Magnetized strange quark matter solutions in f (R, T) gravity with cosmological constant”. *Chinese Journal of Physics*, 55(1), 71-78.
- Aktaş, C. ve Yılmaz, İ. (2007). “Magnetized Quark and Strange Quark Matter in the Spherical Symmetric Space–Time Admitting Conformal Motion”. *General Relativity and Gravitation*, 39 (6), 849–862.
- Aygün, S., Aktaş, C. ve Yılmaz, İ. (2012). “Non-existence of a massive scalar field for the Marder universe in Lyra and Riemannian geometries”. *Journal of Geometry and Physics*. 62 (1) 100-106.
- Barrow, J. D., Maartens, R., ve Tsagas, C. G. (2007). “Cosmology with inhomogeneous magnetic fields”. *Physics Reports*, 449(6), 131-171.
- Can, D., ve Güdekli, E. (2021). “An Analysis for Conservative and Non-conservative f (R, T) Gravity Models”. *Asian Journal of Research and Reviews in Physics*, 5(1), 1-11.
- Cankoçak, K. (2009) “Kuarkların kendiliğinden macerasında Simetri ve simetri kırınımı”. *CERN*. Erişim: 21 Haziran 2023, <http://web.itu.edu.tr/kcankocak/docs/cogito-evrim-kerem-cankocak.pdf>.

- Capozziello, S., ve Francaviglia, M. (2008). "Extended theories of gravity and their cosmological and astrophysical applications". *General Relativity and Gravitation*, 40, 357-420
- Darabi, F., Heydarzade, Y., ve Hajkarim, F. (2015). "Stability of Einstein static universe over Lyra geometry". *Canadian Journal of Physics*. 93(12), 1566-1570.
- Gad, R. M., ve Al Mazrooei, A. E. (2016). "On axially symmetric space-times admitting homothetic vector fields in Lyra's geometry". *Canadian Journal of Physics*. 94(11), 1148-1152.
- Gad, R. M. (2015). "Homothetic Motion in a Bianchi Type-I Model in Lyra Geometry". *International Journal of Theoretical Physics*. 54, 2932-2941.
- Güdekli, E., Kamran, M. J., Zubair, M., & Ahmed, I. (2022). "Study of anisotropic strange stars in Krori Barua metric under $f(T, T)$ gravity". *Chinese Journal of Physics*, 77, 592-604.
- Kalkan, S., Aktaş, C., ve Aygün, S. (2022). "Does magnetized strange quark matter exist in the early universe?". *Modern Physics Letters A*, 37(39n40), 2250251.
- Kalkan, S., ve AKTAŞ, C. (2021). "Bianchi V I₀ Universe with Magnetized Strange Quark Matter in $f(R, T)$ Theory". *Journal of New Theory*, (37), 76-85.
- Kalkan, S., ve Aktaş, C. (2022). "Behavior of Magnetized Strange Quark Matter in 5D Cosmological Model". *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions A: Science*, 46(5), 1505-1511.
- Kamenshchik, A., Moschella, U., ve Pasquier, V. (2001). "An alternative to quintessence". *Physics Letters B*, 511(2-4), 265-268
- Kapusta, J. I., ve Landshoff, P. V. (1989). "Finite-temperature field theory". *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 15(3), 267.
- Khan, R. A. A., Tiwari, R. K., Bharali, J., Bouali, A., Yildiz, G. D. A., & Güdekli, E. (2023). "Hyperbolic Scenario of Accelerating Universe in Modified Gravity". *Symmetry*, 15(6), 1238.
- Lyra, G. (1951). "Über eine Modifikation der Riemannschen Geometrie". *Mathematische Zeitschrift*. 54, 52-54.

- Maurya, D. C., ve Zia, R. (2019). “Brans-Dicke Scalar Field Cosmological Model in Lyra’s Geometry”. *Physical Review D*. 100(2), 023503.
- Mishra, A.K., Sharma, U.K. ve Pradhan, A. (2019). “A Comparative Study of Kaluza-Klein Model with Magnetic Field in Lyra Manifold and General Relativity”. *New Astronomy* 70 27-35.
- Misner, C. W., Thorne, K. S., ve Wheeler, J. A. (1973). *Gravitation*. Princeton University Press: California
- Mollah, M. R., Singh, K. P., ve Singh, P. S. (2018). “Bianchi Type-III Cosmological Model with Quadratic EoS in Lyra Geometry”. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. 15(11), 1850194.
- Naidu, R. L., Aditya, Y., Ramesh, G., ve Reddy, D. R. K. (2020). “Axially symmetric Bianchi type-I cosmological model of the universe in the presence of perfect fluid and an attractive massive scalar field in Lyra manifold”. *Astrophysics and Space Science*, 365, 1-5.
- Perlmutter, S. ve ark. (1999). “Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae”. *Astrophys. J.* 517, 565.
- Pradhan, A., Amirhashchi, H. ve Zainuddin, H. (2011) “A New Class of Inhomogeneous Cosmological Models with Electromagnetic Field in Normal Gauge for Lyra’s Manifold”. *Int J Theor Phys* 50, 56–69.
- Pradhan, A., ve Singh, A.K. (2011). “Anisotropic Bianchi Type-I String Cosmological Models in Normal Gauge for Lyra’s Manifold with Constant Deceleration Parameter”. *Int J Theor Phys* 50, 916–933
- Pradhan, A., Zia, R. ve Amirhashchi, H. (2012). “Anisotropic Bianchi type-III string cosmological models in normal gauge for Lyra's manifold with electromagnetic field”. *Bulgarian Journal of Physics*. 39, 248-269
- Saadat, H. (2016). “A cosmological model of the early universe based on ECG with variable Λ -term in Lyra geometry”. *International Journal of Theoretical Physics*. 55, 2364-2375.

- Shchigolev, V. K. ve Semenova, E. A. (2012). "Scalar Field Cosmology in Lyra's Geometry". *International Journal of Advanced Astronomy*. 3(2), 117-122.
- Sen, D. K. ve Dunn, K. A. (1971). "A Scalar-Tensor Theory of Gravitation in a Modified Riemannian Manifold," *Journal of Mathematical Physics*, 12 (4), 578-586.
- Sen, D. K. (1957). "A static cosmological model". *Zeitschrift für Physik*. 149(3), 311-323.
- Singh, J. K. (2007). "Some cosmological models with heat and null radiation flow". *Astrophysics and Space Science*. 310, 241-244.
- Sousa, L. J. S., Silva, J. E. G., Cruz, W. T., ve Almeida, C. A. S. (2018). "Geometric Standing Wave Braneworld and Field Localization in Lyra Manifold". *arXiv preprint*. 1812.01809.
- Tiwari, R. K., Kumar, S., Dubey, V. K., ve Sofuoğlu, D. (2023). "Role of constant jerk parameter in $f(R, T)$ gravity". *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 20(03), 2350049.
- Ulu M. (2003) "Global Monopol Çözümleri. Yüksek Lisans Semineri"., Aralık 2008, Onsekiz Mart Üniversitesi, Çanakkale.
- Yadav, V. K., ve Yadav, L. (2011). "Bianchi type-III bulk viscous and barotropic perfect fluid cosmological models in Lyra's geometry". *International Journal of Theoretical Physics*, 50(5), 1382-1394.