



**T.C.**

**ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ**

**LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK ANABİLİM DALI**

**$f(R, T)$  TEORİDE TSALLIS HOLOGRAFİK KARANLIK  
ENERJİNİN İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MELİS AMET MEMET**

**Tez Danışmanı**

**Doç. Dr. Can AKTAŞ**

**ÇANAKKALE – 2023**





T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

**$f(R, T)$  TEORİDE TSALLIS HOLOGRAFİK KARANLIK ENERJİNİN  
İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MELİS AMET MEMET

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Can AKTAŞ

## ETİK BEYAN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kuralları'na uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında; tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı, bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu, bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi taahhüt ve beyan ederim.

Melis AMET MEMET

09/01/2023

## TEŞEKKÜR

Öncelikle bu tezin gerçekleştirilmesinde, tüm çalışmalarım boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen saygı değer danışman hocam Doç. Dr. Can AKTAŞ'a teşekkürü borç bilirim. Kendisine her probleme karşı sabır ve ilgi ile yaklaşım göstererek destek olması ve yol göstermesi sebebiyle minnettarım. Ayrıca gerek değerli bilgileri, gerek samimiyeti ile her zaman yanımda olan saygı değer hocam Doç. Dr. Sezgin AYGÜN'e teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimim boyunca bilgi birikimlerini benimle paylaşan, her türlü desteği sağlamaktan asla kaçınmayan başta değerli arkadaşlarım Melike ESGİN ve Sinem KALKAN olmak üzere, kıymetli yardımlarından faydalandığım tüm çalışma arkadaşlarıma teşekkür ederim.

En büyük teşekkürü de hayatımın her evresinde yanımda olan ve benden desteklerini esirgemeyen çok kıymetli aileme, en büyük destekçim ve yol arkadaşım Umut YUNUS'a ve çok kıymetli arkadaşlığı ile her zaman yanımda olan çocukluk arkadaşım Eda NTELITZE'ye göndermek isterim.

Melis AMET MEMET  
Çanakkale, Ocak 2023

## ÖZET

### $f(R, T)$ TEORİDE TSALLIS HOLOGRAFİK KARANLIK ENERJİNİN İNCELENMESİ

Melis AMET MEMET

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Can AKTAŞ

09/01/2023, 36

Bu çalışmada homojen anizotropik Bianchi-I evreni için karanlık enerji adaylarından biri olan Tsallis holografik karanlık enerji modeli  $f(R, T)$  gravitasyon teorisi çerçevesinde incelenmiştir. Oluşturulan alan denklemlerinin çözümü, Tsallis holografik karanlık enerjinin yoğunluk denklemi ile bir Hubble parametresi bağıntısı yardımıyla elde edilmiştir. Bulunan sonuçların yanı sıra frenleme parametresi, durum denklemi parametresi, ölçek faktörü gibi çeşitli fiziksel parametreler de hesaplanarak grafikler yardımıyla analiz edilmiştir. Bunun yanı sıra çalışılan model için durum bulucu parametreler olan  $(r, s)$  parametreleri de incelenmiş ve çeşitli düzlemlerdeki evrimsel yörüngeleri çizilerek yorumlama yapılmıştır. Böylece oluşturulan evren modelinin gözlemler ile tutarlılığı irdelenerek literatürdeki diğer benzer çalışmalar ile kıyaslama imkanı bulunmuştur.

**Anahtar sözcükler:**  $f(R, T)$  Teori, Bianchi-I Evreni, Tsallis Holografik Karanlık Enerji, Durum Bulucu Parametreler.

## ABSTRACT

# INVESTIGATION OF TSALLIS HOLOGRAPHIC DARK ENERGY IN $f(R, T)$ THEORY

Melis AMET MEMET

Çanakkale Onsekiz Mart University

School of Graduate Studies

Master of Science Thesis in Department of Mathematics

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Can AKTAŞ

01/09/2023, 36

In this study, Tsallis holographic dark energy model, which is one of the dark energy candidates, was investigated within the framework of  $f(R, T)$  gravitational theory for the homogeneous anisotropic Bianchi-I universe. The solutions of the field equations were obtained with the help of the Tsallis holographic dark energy density equation and a Hubble parameter relation. Besides the results found, various physical parameters such as deceleration parameter, equation of state parameter, scale factor were calculated and analyzed with the help of graphics. In addition, the  $(r, s)$  statefinder parameters for this model were also examined and the evolutionary trajectories in various planes were plotted and interpreted. Thus, the consistency of the studied universe model with the observations was examined and it the opportunity to compare it with other similar studies in the literature has been acquired.

**Keywords:**  $f(R, T)$  Theory, Bianchi-I Universe, Tsallis Holographic Dark Energy, Statefinder Parameters.

## İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
JÜRİ ONAY SAYFASI .....	i
ETİK BEYAN .....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET .....	iv
ABSTRACT.....	v
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	viii
TABLolar DİZİNİ .....	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	x

### BİRİNCİ BÖLÜM GİRİŞ

### İKİNCİ BÖLÜM ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

### ÜÇÜNCÜ BÖLÜM MATERYAL VE YÖNTEM

<b>3.1</b> Genel Görelilik ve Einstein Alan Denklemleri.....	10
<b>3.2</b> $f(R, T)$ Teori .....	11
<b>3.2.1</b> I. durum $f(R, T) = R + 2f(T)$ .....	13
<b>3.2.2</b> II. durum $f(R, T) = f_1(R) + f_2(T)$ .....	13
<b>3.2.3</b> III. durum $f(R, T) = f_1(R) + f_2(R)f_3(T)$ .....	13
<b>3.3</b> Kinematik Nicelikler .....	13
<b>3.3.1</b> Ölçek faktörü ( $a$ ) ve hacim ( $V$ ) .....	14
<b>3.3.2</b> Hubble parametresi ( $H$ ) .....	14
<b>3.3.3</b> Frenleme Parametresi ( $q$ ) .....	15
<b>3.4</b> Durum Denklemi Parametresi (EoS) .....	15
<b>3.5</b> Durum Bulucu Parametreler .....	16
<b>3.6</b> Holografik Karanlık Enerji .....	16
<b>3.6.1</b> Tsallis Entropisi .....	17
<b>3.6.2</b> Tsallis Holografik Karanlık Enerjinin Yoğunluğu .....	17



DÖRDÜNCÜ BÖLÜM  
ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

4.1	Grafiksel İnceleme.....	22
4.2	Durum Bulucu Parametreler .....	27

BEŞİNCİ BÖLÜM  
SONUÇ VE ÖNERİLER

KAYNAKLAR.....	32
ÖZGEÇMİŞ .....	I



## SİMGELER VE KISALTMALAR

$g_{ij}$	Metrik tensör
$\Gamma_{kl}^i$	Christoffel sembolleri
$R_{klm}^i$	Riemann tensörü
$R_{ik}$	Ricci tensörü
$R$	Ricci skaleri
$G$	Gravitasyon sabiti
$c$	Işık hızı
$T_{ij}$	Enerji-momentum tensörü
$T$	Enerji-momentum tensörünün izi
$L_m$	Lagrangian yoğunluğu
$\nabla_i$	Kovaryant türev
$u_i$	4-lü hız vektörü
$\rho_m$	Maddenin enerji yoğunluğu
$\rho_T$	THDE'nin enerji yoğunluğu
$p$	Basınç
$a$	Ölçek faktörü
$V$	Uzaysal hacim
$H$	Hubble parametresi
$q$	Frenleme parametresi
$w$	Durum denklemi
$\Delta$	Anizotropi parametresi
$(r, s)$	Durum bulucu parametreler
$S_\delta$	Tsallis Entropisi
$L$	Kızılötesi kesme
$t_{tr}$	Faz geçiş noktası
$\Lambda$	Kozmolojik sabit
$\Lambda$ CDM	$\Lambda$ soğuk karanlık madde
SCDM	Standart soğuk karanlık madde
THDE	Tsallis holografik karanlık enerji
GR	Genel Rölativite
EoS	Durum denklemi

## TABLolar DİZİNİ

Tablo No	Tablo Adı	Sayfa No
Tablo 1	$q_0$ gözlem verisi ile uyumlu olacak şekilde seçilen $\alpha$ ve $\beta$ değerlerine karşılık gelen değerler. ....	23
Tablo 2	EoS parametresinin günümüz değeri için gözlemsel veriler .....	27



## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil No	Şekil Adı	Sayfa No
Şekil 1	Frenleme parametresi $q$ 'nin kozmik zamana göre değişimi. ....	23
Şekil 2	Kırmızıya kayma $z$ 'nin kozmik zaman $t$ 'ye göre aldığı değerler. ....	24
Şekil 3	Maddenin enerji yoğunluğu $\rho_m$ 'nin $z$ 'ye göre evrimi. ....	25
Şekil 4	THDE'nun enerji yoğunluğu $\rho_T$ 'nin $z$ 'ye göre değişimi. ....	25
Şekil 5	Basıncın kırmızıya kayma $z$ 'ye göre davranışı. ....	26
Şekil 6	Kırmızıya kayma $z$ 'ye göre EoS parametresinin evrimi. ....	26
Şekil 7	Kırmızıya kayma $z$ 'ye göre ölçek faktörü ....	27
Şekil 8	Durum bulucu parametrelerden ilki olan $r$ 'nin $z$ 'ye göre değişimi. ....	28
Şekil 9	Durum bulucu parametrelerden ikincisi olan $r$ 'nin $z$ 'ye göre değişimi. ....	28
Şekil 10	$r - s$ düzleminde durum bulucu parametrelerinin evrimsel yörüngesi. Yeşil nokta, $(s_0, r_0)$ noktası yani parametrelerin mevcut değerini gösterir.....	30
Şekil 11	$r - q$ düzleminde durum bulucu yörüngesi. Yeşil nokta, $(q_0, r_0)$ mevcut değerini gösterir. ....	30
Şekil 12	$s - q$ düzleminde durum bulucu yörüngesi. Yeşil nokta, $(q_0, s_0)$ mevcut değerini gösterir. ....	31

## BİRİNCİ BÖLÜM

### GİRİŞ

Evrenin nasıl oluştuğu, evrimi ve tahmin edilen sonu gibi evren hakkındaki tüm bilgiler, onun bir parçası olan insanoğlunun başlıca merak konularından biridir. Böylece evrenin oluşumunu, yapısını ve evrimini anlama yolunda sürekli araştırmalar ve gözlemler yapılmış, çeşitli teoriler ortaya atılmıştır. Bu teorilerden geniş ölçüde kabul gören Büyük Patlama teorisidir. 1920'li yıllarda ortaya atılan bu teoriye göre evren yaklaşık 13.8 milyar yıl önce aşırı yoğun ve sıcak bir noktadan meydana gelmiş ve günümüzdeki haline evrimleşmiştir. Büyük patlama aslında bir patlamadan ziyade, evrenin doğuşu, uzay ve zamanın başlangıcı ve günümüze kadar devam eden genişlemesinin başlangıcıdır. Evren bu andan sonra soğumaya ve genişlemeye başlamıştır. Ancak ilk anlarda ışığın görünmesine izin vermeyecek kadar yoğun ve Planck uzay teleskobu verilerine göre evrende gözlemlenebilen ilk ışık 380.000 yıl sonra yanarak uzaya yayıldı.

Genişleyen evrenin keşfi çoğunlukla Edwin Hubble'a atfedilir. Hubble 1929 yılında galaksilerin uzaklıklarıyla doğru orantılı hızlarla uzaklaştıklarını gözlemleyerek evrenin genişlemesine dair ilk gözlemsel ispatı ortaya çıkarmıştır (Hubble, 1929) Ancak bu olayın öyküsü aslında 1916 yılında Einstein tarafından ortaya atılan Genel Görelilik kuramına dayanmaktaydı. Einstein teorisinde yaptığı hesaplamaları evren için uygulamaya kalktığında, o zamanlarda kabul gören durağan evren modeli ile bağdaşmamaktaydı. Evrenin durağan olmadığına dair kanıt henüz bulunmadığından, Einstein denklemlerine kozmolojik sabiti eklemek durumunda kalmıştı.

Büyük Patlama'dan sonraki yaklaşık ilk 9 milyar yıllık sürede evrenin genişlemesi yıldızlar ve galaksiler formundaki maddelerin kütleçekimsel etkisi altında yavaşlamaya başladı. Ancak daha sonra ilginç bir şekilde, gizemli bir anti-kütleçekim kuvveti hakim olarak, kütleçekiminin genişlemeyi yavaşlatıcı etkisine karşı davranmaya başladı. Böylece evrenin genişlemesi hızlanmaya başladı. Evrenin ivmelenerek genişlemesinin ilk kanıtı, 1998-1999 yıllarında birbirinden bağımsız iki çalışma grubu (Riess vd.,1998, Perlmutter vd.,1999) tarafından Tip Ia süpernovaları gözlemleri ile ortaya çıkmıştır. Bu keşif kozmoloji dünyasında şaşırtıcı etkiler yaratmış ve bu gizemli kuvvet karanlık enerji olarak adlandırılmıştır.

Planck gözlem verilerine göre evrenin %68.3'ünü karanlık enerji, %26.8'ini karanlık madde ve geriye kalan %4.9'luk kısmı da normal maddenin oluşturduğu bilinmektedir. (Planck Collaboration vd., 2014) Evrenimizin çoğunluğu karanlık enerji ve karanlık maddeden oluşmasına rağmen gizemli doğaları ile haklarında çok az şey bilinmektedir. Isaac Newton'un 1687'de yerçekimi teorisi (Newton, 1687) ve hareket yasalarıyla gezegenlerin hareketini açıklamasından bu yana, kozmik cisimlerin beklenmedik ve şaşırtıcı hareketlerini açıklamak için karanlık maddeye başvurulmuştur.

Genel Rölativite teorisi uzay-zaman geometrisi ile madde arasındaki ilişkiyi açıklayan önemli teorilerden biridir. Bu teoriye göre yerçekimi Newton teorisindeki gibi basit bir kuvvetten ziyade, uzay-zamanın eğriliklerinden kaynaklanan bir kuvvettir. Bu teori Einstein alan denklemleri denilen ve tensörler yardımıyla oluşturulan kısmi diferansiyel denklem sistemi ile verilmektedir. Genel Görelilik teorisi büyük ölçekte evrenin yapısını açıklamaya çalışsa da evrenin genişlemesi, karanlık madde ve karanlık enerji gibi konuları açıklamakta yetersiz kalmaktadır. Bu durumda alternatif teorilere duyulan ihtiyaç neticesinde bilim insanları Einstein alan denklemlerini modifiye ederek yeni teoriler bulma çabasına girmişlerdir. Bu alternatif modifiye kütleçekim teorilerine  $f(R)$ ,  $f(G)$ ,  $f(Q)$ , Brans-Dicke gibi teoriler örnek olarak verilebilir.

Modifiye teoriler arasında dikkate değer bir teori Harko, Lobo, Nojiri, ve Odintsov (2011) tarafından 2011 yılında önerilen  $f(R, T)$  teorisidir. Bu kütleçekim teorisinde Einstein alan denklemleri, her iki tarafına da eklemeler yapılarak bir  $f(R, T)$  fonksiyonu yardımıyla yeniden ifade edilmektedir. Burada  $R$  Ricci skalerini ve  $T$  enerji momentum tensörünün izini temsil eder.

Evrenin büyük bir kısmını oluşturan ve genişlemenin hızlanmasına sebep olarak gösterilen karanlık enerji, gizemli doğası ile bu alandaki araştırma ve çalışılmalar için son derece ilgi çekici bir konudur. Ortaya atıldığı ilk günden bu yana kendisine birçok aday örnek gösterilmiştir. İlk olarak Einstein'ın Genel Görelilik teorisine önce ekleyip sonra ise çıkarttığı kozmolojik sabit ( $\Lambda$ ), ilk aday olarak araştırılmaya başlanmıştır. Sonraları çalışmalar genişletilerek quintessence, k-essence, phantom gibi skaler alanlar da karanlık enerji adayları olmuşlardır. Karanlık enerji alanındaki önemli bir diğer gelişme ise kozmolojik tesadüf problemi ile ortaya atılan holografik karanlık enerji modelidir. Bu model, holografik ilkeyi karanlık enerjiye uygulamaya yönelik teorik bir girişimin

sonucunda ortaya çıkmıştır. Holografik ilke ile evrenin entropisi için bir üst sınırın varlığından bahsedilmesiyle, Cohen vd. (Cohen, Kaplan, ve Nelson, 1999) çalışmaları sonucunda karanlık enerjinin holografik ilkeye uymasını ve kızılötesi- $IR$  sınırıyla sınırlandırılmasını önermiştir.

Holografik karanlık enerjinin temel senaryosu için iki modifikasyon imkanı vardır. Bunlardan ilki çeşitli  $IR$  kesme noktaları baz alınması, diğeri ise standart Bekenstein-Hawking entropisi yerine geliştirilmiş bir entropinin dikkate alınmasıdır. Tsallis ve Cirto (2013) tarafından ortaya atılan Tsallis geliştirilmiş entropisi baz alınarak oluşturulan holografik karanlık enerji modeli, Tsallis holografik karanlık enerji ismini almıştır. Yakın zamanlı bir entropiyi kullanmasıyla son birkaç yıldır ilgi gören çalışmaya başlanmış bir modeldir. Daha önceki çalışmalar gibi Tsallis holografik karanlık enerji ile de, çeşitli uzay-zaman metrikleri ve teoriler yardımıyla evren modelleri oluşturularak evrenin evrimi hakkında yorumlar yapılmaya çalışılmaktadır.

Kozmoloji ilkesine göre evren büyük ölçeklerde homojen ve izotropdur. Homojenlik geometrik yapının uzay-zamanda seçilen bir doğrultu boyunca aynı kalması iken, izotropi ise bir yüzeye herhangi bir noktadan bakıldığında her tarafın yönden bağımsız olarak aynı görülmesidir. Evrenin erken evrelerinde inhomojen anizotrop olduğu ve zamanla homojen ve izotropik evrene dönüştüğü bilinmektedir. Böylece izotrop evren modellerinin çalışılmasının yanı sıra, anizotrop modellerin çalışılması da, özellikle başlangıcı olmak üzere evrenin anlaşılmasında çok önemlidir.

Bu tez çalışmasında Tsallis holografik karanlık enerji modeli, homojen ve anizotrop Bianchi-I evreni kullanılarak  $f(R, T)$  alan denklemleri çerçevesinde çözülmüştür. Çalışmanın ikinci bölümü çeşitli holografik karanlık enerji modellerinin kütleçekim teoriler yardımıyla incelendiği çalışmalar ve özellikle Tsallis holografik karanlık enerji ve  $f(R, T)$  teorideki çalışmalara yoğunlaşmak üzere, yapılan önceki çalışmalardan oluşmaktadır. Üçüncü bölümde bu çalışmada kullanılacak olan yöntem olarak teorinin alan denklemleri ve incelenen tüm özellik ve parametrelerin genel tanımları yer almaktadır. Dördüncü bölüm araştırma bulgularını oluşturmakta ve burada önceki bölümde verilen tanım ve teoriler yardımıyla  $f(R, T)$  teoride alan denklemleri oluşturularak çözümleri bulunmuş ve grafikler yardımıyla görselleştirilmiştir. Beşinci bölüm olan son bölümde ise araştırma bulguları ışığında, sonuçlar irdelenerek tartışılmıştır.

## İKİNCİ BÖLÜM

### ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Yapılan gözlemler evrenin ivmelenerek genişlemesini ortaya çıkarmasıyla birlikte, buna sebep olarak düşünülen karanlık enerji ve onun gizemli doğası, bilim insanlarını bu enerjiyi araştırmaya itmiştir. Ortaya atıldığı günden bu yana kendisine çeşitli adaylar gösterilen karanlık enerji, farklı gravitasyon teorileri çerçevesinde incelenerek evrenin evrimi hakkında yorumlar yapılmaya çalışılmıştır. Aktaş (2019), FRW evreninde değişken  $G$  ve  $\Lambda$  ile karanlık enerji adaylarından tachyon alanı, k-essence ve quintessence'ı  $f(R, T)$  teoride incelemiştir. Durum denklemi (EoS) parametresi, lineer olarak değişen frenleme parametresi ve ayrıca Hubble parametresi ile kozmolojik sabit ( $\Lambda$ ) arasında bir bağıntı yardımıyla kesin çözümleri elde etmiş ve yorumlamıştır. Aygün (2019),  $f(R, T)$  kütleçekim teorisinde Marder evreni kullanarak zamana bağlı  $G(t)$  ve  $\Lambda(t)$  ile tachyon ve k-essence karanlık enerji adaylarını incelemiştir. Alan denklemlerinin çözümü için Marder evreninin anizotropi parametresi ve EoS parametresini kullanan Aygün, ayrıca kozmolojik sabitin çeşitli parametreler ile bağıntısı yardımıyla modeller oluşturup her birinin fiziksel özelliklerini inceleyerek aralarında karşılaştırma yapmıştır.

Karanlık enerji adaylarından biri olan holografik karanlık enerji de literatürde birçok çalışma alanı bulmuştur. Li (2004), karanlık enerji yoğunluğu holografik ilkeyi sağlamalıdır savını ortaya atarak holografik karanlık enerjiyi önermiştir. Bu çalışmasında  $L$  uzunluk ölçeği için  $IR$  kesme olarak üç seçenek üzerinde durarak ilk olarak Hubble ölçeğini kullanmıştır. Daha sonra parçacık ufku yarıçapını seçen Li, bunun ivmelenerek genişleyen evreni sağlamadığını görüp bu seçimini gelecek olay ufku yarıçapı ile değiştirerek negatif durum denklemini elde etmiştir. Pavón ve Zimdahl (2005) HDE'nin karanlık madde ile etkileşimini inceledikleri çalışmalarında, Li'nin ilk seçimi olan  $IR$  kesme için Hubble ölçeğini kullanmanın, ivmelenerek genişleyen evreni açıklayabildiğini ve kozmik rastlantı probleminde çözüm olabileceğini iddia etmişlerdir. Holografik karanlık enerji  $f(T)$ ,  $f(R, T)$  vb. teorilerde incelenmiştir (Godonou, Houndjo, ve Tossa, 2017; Houndjo ve Piattella, 2012).

Daha sonra, Gao, Wu, Chen, ve Shen (2009), Ricci skaler eğriliğinin ortalama yarıçapını  $IR$  kesme noktası olarak almayı önermiş ve bu modele holografik Ricci karanlık enerji modeli adı verilmiştir. Bu çalışmada modelin gözlemsel verilerle uyumunun oldukça



iyi olduğu ve tesadüf problemini anlamaya da yardımcı olabileceği öne sürülmüştür. Shaikh ve Wankhade (2021), Ricci HDE için hacimsel güç ve üstel genişleme yasaları yardımıyla Kasner formundaki Bianchi-I uzay-zamanı kullanarak  $f(R, T)$  teoride çözümler elde etmişlerdir. Granda ve Oliveros (2009)'un  $IR$  kesme olarak Hubble parametresinin türevini de içeren bir model düşünüp  $\rho_\Lambda = 3(\alpha H^2 + \beta \dot{H})$  olarak yeni önerdiği holografik Ricci HDE modeli; Chen ve Jing (2009) tarafından modifiye edilerek modifiye holografik Ricci karanlık enerji (MHRDE) elde edilmiştir. Daha sonra MHRDE, (Pawar, Mapari, ve Agrawal, 2019; Sireesha ve Velagapudi, 2019) gibi çalışmalarda  $f(R, T)$  teoride çeşitli Bianchi tipi metrikler kullanılarak incelenmiştir. Pasqua, Chattopadhyay, ve Myrzakulov (2013), FRLW (Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker) uzay zaman modelini alarak  $f(R, T)$  teoride MHRDE'yi yeniden inşa etmişlerdir.

Holografik karanlık enerjinin temel senaryosu için ikinci modifikasyon olasılığı, standart Bekenstein-Hawking entropisi yerine evren ufku için Barrow entropisi, Kaniadakis entropisi, Renyi entropisi, Tsallis entropisi vb. gibi değiştirilmiş bir entropi ifadesinin dikkate alınmasıdır. Barrow (2020) tarafından yakın zamanda önerilen ve Barrow HDE olarak isimlendirilen karanlık enerji hakkında çalışmalar yapılmıştır. Örneğin, Paul, Roy, ve Saha (2022) Barrow HDE için anizotrop Bianchi-I evreninde Einstein alan denklemlerini çözmüşlerdir. Modelin çeşitli fiziksel parametrelerini tartışıp EoS parametresinin, entropideki bir parametrenin aldığı değerlere göre quintessence veya phantom bölgesinde bulunduğunu görmüşlerdir. Koussour, Shekh, Filali, ve Bennai (2022) ise homojen anizotrop Bianchi-I metriği kullanarak Barrow HDE varlığında  $f(Q)$  teoriyi araştırmışlar ve  $IR$  kesme olarak Hubble ölçeğini kullanmışlardır. Alan denklemlerinin çözümü için shear skaleri  $\sigma$ 'nın genişleme skaleri  $\theta$ 'ya oranını ele alarak metrik potansiyeller arasında elde ettikleri ilişkiden ve Hubble parametresine bağlı bir frenleme parametresinden yardım almışlardır. Farklı kinematik nicelikleri inceledikleri bu çalışmada ayrıca durum bulucu parametrelere de yer vermişlerdir. Bunun sonucunda da ele aldıkları modelin  $\Lambda$ CDM'ye ( $\Lambda$  cold dark matter -  $\Lambda$  karanlık soğuk madde) yaklaştığı sonucuna varmışlardır.

İsmi de aldığı bilim insanı Kaniadakis (2002, 2005) tarafından ilk olarak ortaya atılan Kaniadakis entropisi daha sonra karadelik entropisine uyarlanarak Moradpour, Ziaie, ve Zangeneh (2020) tarafından elde edilen tek serbest parametrelili genelleştirilmiş bir entropi çeşididir. Bu entropi kullanılarak elde edilen HDE, yani Kaniadakis HDE, Ghaffari (2022) tarafından Brans-Dicke teorisi çerçevesinde Hubble ufkunun  $IR$  kesme olarak

kullanılmasıyla incelenmiş ve elde edilen modelin evrenin mevcut ivmelenme fazını açıklayabileceği iddia edilmiştir.

2018 yılında holografik ilkedden esinlenerek ve Rényi entropisini (Rényi ve Vekerdi, 1970) kullanarak, Moradpour vd. (2018) tarafından kozmolojik araştırmalar için Rényi holografik karanlık enerji olarak adlandırılan bir karanlık enerji modeli önerilmiştir. Dixit, Sharma, ve Pradhan (2019) çalışmalarında Rényi HDE'yi  $f(R, T)$  teoride FRW evreni için Hubble ve Granda Oliveros olmak üzere iki farklı  $IR$  kesme kullanarak incelemiştirler. İki modelin çeşitli kozmolojik özellikleri incelenip karşılaştırma yapılmış ve her iki modelin de EoS parametresi incelendiğinde phantom bölgesinden quintessence bölgesine geçiş saptanmıştır. Bharali ve Das (2021) yakın zamanda yaptıkları bir çalışmada standart Rényi HDE modelini modifiye ederek bunun için  $f(R, T)$  gravitasyon teorisinde Bianchi  $VI_0$  evren modeli oluşturmuşlardır. Elde edilen alan denklemlerinin çözümü için Hubble parametresi  $H$  ve ölçek faktörü  $a$  arasında önerilen bir bağıntıdan yararlanılmış, çözümler doğrultusunda EoS parametresi  $\omega$ 'nın quintessence gibi davrandığı bulunmuştur. Durum bulucu parametrelerine de yer verilen bu çalışmada ayrıca oluşturulan modifiye Rényi HDE modeli ile quintessence skaler alanı arasındaki benzeşme incelenmiştir.

HDE kapsamında yeni bir gelişme, Tsallis ve Cirto (2013) tarafından Tsallis genelleştirilmiş entropisi alınarak yapılmıştır. Tsallis holografik karanlık enerji, Genel Görelilik,  $f(R)$ ,  $f(T)$ , Brans-Dicke gibi teorilerde çalışma alanı bulmuştur (Chandra Dubey, Kumar Mishra, Srivastava, ve Kumar Sharma, 2020; Ens ve Santos, 2020; Jawad, Aslam, ve Rani, 2019; Korunur, 2019; Shaikh, 2021). Korunur (2019) ve Sharma vd. (Sharma, Srivastava, ve Beesham, 2020) Bianchi III uzay zamanını göz önünde bulundurarak THDE'yi Genel Rölativite'de incelemiştir. Korunur, EoS parametresi  $\omega$ 'nın phantom karanlık enerji gibi davrandığını ve zamanla  $\Lambda$ CDM modeline yakınsadığını bulmuştur. Ayrıca THDE'yi quintessence, phantom, k-essence gibi skaler alanlarla yeniden yapılandırmıştır. Sharma vd. ise denklem sisteminin çözümü için Hubble parametresini hiperbolik bir fonksiyona bağlı olarak aldıkları bu çalışmada  $(r, s)$  parametrelerine de yer vermişlerdir. Dixit vd. (2019) THDE'yi FRW evreninde zamana bağlı özel bir polinom şeklindeki frenleme parametresinden yararlanarak Einstein alan denklemleri ile çözümlenmiştir. Bharali ve Das (2020),  $f(R, T)$  teoride karanlık madde ve THDE ile dolu olan Kantowski Sachs kozmolojik modelini çalışmışlardır. Kesin çözümleri elde etmek için iki farklı hacimsel genişleme ele almışlar ve durum bulucu parametrelerinin incelenmesi

sonucu çalışılan modelin  $\Lambda$ CDM ile uyumlu olduğu sonucuna varılmıştır. Sharma ve Srivastava (2021),  $f(R, T)$  teori çerçevesinde FRW metriği için THDE'yi incelemiştir. Tsallis entropisinde bulunan  $\delta$  parametresinin farklı değerlerine karşılık EoS parametresi  $\omega$ 'nın farklı davranışlarına değinmiştir. Ayrıca quintessence karanlık enerji modeli ile THDE'nin benzerliğini inceleyerek, bunların yeniden inşası üzerine çalışmıştır. Varshney, Sharma, ve Pradhan (2020),  $f(R, T)$  teoride FRW evreni için THDE'nin k-essence ve dilaton skaler alanlarıyla ilişkisini ortaya atarak modellerin yeniden yapılanmasını incelemiştir. Benzer şekilde bir başka çalışmalarında tachyon, phantom ve Dirac-Born-Infeld-essence skaler alanlarının THDE ile  $f(R, T)$  çerçevesindeki benzerliği araştırılmıştır (Varshney ve Sharma, 2021). Sarma (2021), makalesinde eksensel simetrik Bianchi-I uzay-zamanı kullanarak  $f(R, T)$  teoride THDE'yi incelemiştir. Bu çalışmada iki hacimsel genişleme kuralı için modeller oluşturulmuş ve kinematik niceliklerin tartışılması sonucu her iki modelin de kozmolojik sabite ( $\Lambda$ ) benzerlik gösterdiği tahmin edilmiştir. Zubair ve Durrani (2021) THDE'yi FRW evreninde  $f(R, T)$  teoride çalışmışlardır. Bu araştırmada  $IR$  kesme olarak parçacık ufku, olay ufku, Granda-Oliveros ufku gibi çeşitli kesmeler için modeller oluşturulmuş ve her birinin EoS ile frenleme parametrelerinin yanı sıra durum bulucu  $(r, s)$  parametreleri de incelenip yorumlanmıştır.

Ayrıca durum bulucu parametrelere yoğunlaşılacak bazı çalışmalar da mevcuttur. Örneğin Varshney, Sharma, ve Pradhan (2019) tarafından yapılan bir çalışmada THDE modelleri için durum bulucu parametreler incelenerek düzlemsel yörüngeleri çizilmiştir. Burada modellerden biri  $r - s$  düzlem evrimini Standart Soğuk Karanlık Madde'den (SCDM) başlatırken, her iki model için de  $\Lambda$  Soğuk Karanlık Madde ( $\Lambda$ CDM) noktasına yönelme eğilimi mevcuttur. Yine  $r - q$  düzleminde her iki model de, de Sitter noktasına yönelmektedir. S. Srivastava, Dubey, ve Sharma (2020), Tsallis agegrafik holografik karanlık enerjiyi (TADE) FRW evreninde incelemiştir. Bu çalışmada  $r - q$  düzlemi için evrim SCDM noktasından başlar, de Sitter noktasına doğru yönelir ancak ondan uzak bir noktada sonlanır. Ayrıca  $s - q$  evrim düzlemi, bu modelin başlangıçta kozmolojik sabit noktasından uzak olduğunu göstermektedir. V. Srivastava ve Kumar Sharma (2020) tarafından FLRW evreni için yeni bir TADE etkileşimli modeli dikkate alınarak başka bir çalışma yapıldı.  $(s, r)$  eğrisinin erken bir aşamada quintessence bölgesinden evrildiğini ve  $\Lambda$ CDM noktasına yöneldiğini,  $(q, r)$  eğrisinin ise de Sitter genişleme noktasına evrildiği görülmektedir.

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### MATERYAL VE YÖNTEM

Metrik; bir uzaklık fonksiyonudur yani kısaca uzayda elemanların arasındaki mesafeyi belirler. Dik kartezyen koordinatlarda  $(x, y, z)$  ve  $(x + dx, y + dy, z + dz)$  iki komşu nokta olmak üzere, aralarındaki mesafe  $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$  şeklinde verilir.  $n$ -boyutlu uzayda ise  $x^i$  ve  $x^i + dx^i$  komşu noktaları arasındaki mesafe  $i, j = 1, 2, \dots, n$  olmak üzere

$$ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j \quad (3.1)$$

şeklinde uzunluk elemanının karesi ile tanımlıdır ve metrik olarak adlandırılır. Bu tanımda Einstein toplam kuralı kullanılmıştır, yani  $i$  ve  $j$  indisleri üzerinden bir toplam mevcuttur. Burada  $g_{ij}$ ; determinantı sıfırdan farklı ( $g = |g_{ij}| \neq 0$ ),  $x^i$  koordinatları ile tanımlanan bir fonksiyon olup metrik tensör adını alır. Bu tensör  $g_{ij} = g_{ji}$  özelliğini sağlar, yani simetrik bir tensördür. 4-boyutlu uzayda  $i, j = 1, 2, 3, 4$  değerleri için 16 olan bileşen sayısının simetri nedeniyle 10 bağımsız bileşene indirgenebileceğini görmek kolaydır. Daha genel olarak  $n$ -boyutlu uzay için metrik tensörün bağımsız bileşen sayısını  $\frac{n(n+1)}{2}$  eşitliğiyle vermek mümkündür.

Diğer taraftan metrik tensörün türevleri kullanılarak, Christoffel sembolleri denilen yapılar aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2}g^{im} \left( \frac{\partial g_{km}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{lm}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right) \quad (3.2)$$

Christoffel sembolleri alt indislerine göre simetriktir, yani  $\Gamma_{kl}^i = \Gamma_{lk}^i$  eşitliği sağlanır.  $n$ -boyutlu uzayda bağımsız bileşen sayısı  $\frac{n^2(n+1)}{2}$  olup 4-boyutlu uzay için 40 tane bağımsız bileşen mevcuttur.

Riemann eğrilik tensörü olarak da bilinen Riemann tensörü (Schutz 1985) genel görelilikte kullanışlı olan dört indisli bir tensördür. Ricci eğrilik tensörü ve skaler eğrilik gibi diğer önemli tensörler, Riemann tensörü cinsinden tanımlanabilir. Riemann tensörü, Christoffel sembolleri ve onların türevleri yardımıyla

$$R_{klm}^i = \frac{\partial \Gamma_{km}^i}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma_{kl}^i}{\partial x^m} + \Gamma_{nl}^i \Gamma_{km}^n - \Gamma_{nm}^i \Gamma_{kl}^n \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanan ve uzay zamanın eğriliğini gösteren bir büyüklüktür. Burada tanımlanan I. Tip Riemann tensörü olup anti-simetriktir ( $R_{klm}^i = -R_{kml}^i$ ). Bu tensör, metrik tensör yardımıyla kovaryant hale dönüştülürse

$$R_{iklm} = g_{in}R_{klm}^n = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 g_{im}}{\partial x^k \partial x^l} + \frac{\partial^2 g_{kl}}{\partial x^i \partial x^m} - \frac{\partial^2 g_{il}}{\partial x^k \partial x^m} - \frac{\partial^2 g_{km}}{\partial x^i \partial x^l} \right) + g_{np} (\Gamma_{kl}^n \Gamma_{im}^p - \Gamma_{km}^n \Gamma_{il}^p) \quad (3.4)$$

şeklindeki II. Tip Riemann tensörü elde edilir. Bu tensör hesaplamaları basitleştirmeye yardımcı olacak birkaç simetrik özelliğe sahiptir.

- İlk iki ve son iki indise göre anti-simetri. ( $R_{iklm} = -R_{kilm}$  ve  $R_{iklm} = -R_{ikml}$ )
- İlk iki ve son iki indise göre blok simetri. ( $R_{iklm} = R_{lmik}$ )
- Döngüsel permütasyon toplamı sıfırdır. ( $R_{iklm} + R_{ilmk} + R_{imkl} = 0$ )
- $i = k$  veya  $l = m$  için tensör sıfıra eşit olur. Yani  $R_{iilm} = 0$  ve  $R_{ikll} = 0$

$n$ -boyutlu uzayda  $\frac{n^2(n^2-1)}{12}$  bağımsız bileşene sahip Riemann tensörü için 4-boyutlu uzayda bu sayı 20 olur. Riemann tensörünün büzülmesiyle Ricci tensörü elde edilir ve bir geometrinin Öklid uzayından sapmasının ölçüsünü verir.

$$R_{ik} = g^{lm}R_{limk} = R_{ilk}^l = \frac{\Gamma_{ik}^l}{\partial x^l} - \frac{\Gamma_{il}^l}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{lm}^m - \Gamma_{il}^m \Gamma_{km}^l \quad (3.5)$$

şeklinde elde edilen Ricci tensörü simetrik özelliğe sahiptir ve bu özelliği 4-boyutlu uzayda 10 adet bağımsız bileşeni olmasına sebep olur. Bu 10 bileşen ise daha sonra göreceğimiz, Einstein'ın 10 denklemlili sistemine yol açar. Ricci tensörünün izi de Ricci skalerini verir ve

$$R = g^{ik}R_{ik} \quad (3.6)$$

şeklinindedir. Bu skaler ayrıca eğrilik skaleri adını da alır. Sıfıra eşit bir Ricci skaleri Öklid uzayını temsil ederken, sıfırdan farklı olması ise eğrilikli bir uzayı temsil eder.

### 3.1. Genel Görelilik ve Einstein Alan Denklemleri

Einstein'ın Genel Görelilik kuramı (Genel Rölativite-GR) modern kozmolojinin temel taşı olarak hizmet eder. Genel Görelilik Teorisi, Einstein tarafından önerilen ve maddenin varlığında uzay-zamanın eğriliği boyunca yerçekimi kuvvetini tanımlayan gravitasyon teorisidir. Bu teoriye göre yerçekimi, uzay-zamanın eğriliklerinden kaynaklanmaktadır ve klasik Newton teorisinin iddia ettiği gibi basit bir kuvvet değildir.

20. yüzyıldan önce tüm fizik teorileri, uzay ve zamanın mutlak olduğunu ve ikisinin birlikte maddenin hareket ettiği bir arka plan oluşturduklarını varsayıyordu. Özel Görelilik ve sonrasında Genel Göreliliğin ortaya çıkmasıyla birlikte uzay ve zaman, pasif bir arka plan olmak yerine maddenin hareketi sonucu bükülebilen ve daha sonra maddenin davranışını değiştirebilen dinamik varlıklar olarak görülmeye başlandı. Genel Görelilik, Merkür'ün yörüngesindeki kayma, ışığın gravitasyonel alanda sapması, gravitasyonel kırmızıya kayma gibi, Newton kütleçekiminin açıklayamadığı olaylar hakkında son derece iyi tahminlerde bulunmasıyla günümüzde en yaygın olarak kabul gören kütleçekim teorisidir.

Genel Görelilik kütleçekimin geometrik tanımıdır ve daha spesifik olarak, uzay-zaman olarak bilinen, uzay ve zamanın geometrik bir özelliği olarak yerçekiminin birleşik bir tanımını verir. Bu geometrik tanım, bir akışkanın enerjisini ve momentumunu uzay-zaman eğriliği ile doğrudan ilişkilendiren, Einstein'ın alan denklemleri olarak bilinen denklemler yardımı ile verilir. Einstein alan denklemleri, koordinat dönüşümleri altında invariant özellikli geometrik nesnelere olan tensörler yardımıyla tanımlanmış, kısmi diferansiyel denklem sistemidir.

Genel Relativite teorisinin temel denklemleri olan Einstein alan denklemlerinin tensörel ifadesi (Einstein, 1917, 1923)

$$R_{ij} - \frac{1}{2}Rg_{ij} = \kappa T_{ij} \quad (3.7)$$

şeklindedir. Denklemin sol tarafındaki bileşenler;  $R_{ij}$  Ricci tensörü,  $R$  Ricci skaleri ve  $g_{ij}$  metrik tensör olup, tanımlarından yukarıda bahsedilmiştir. Ayrıca denklemin sol tarafı simetrik bir tensör olan ve uzayzamanın geometrik özelliğini belirten Einstein tensörüne ( $G_{ij}$ ) eşittir. Yani  $G_{ij} = R_{ij} - \frac{1}{2}Rg_{ij}$  şeklindedir. Denklemin sağ tarafında ise  $G$  gravitasyon

sabiti ve  $c$  ışık hızı olmak üzere  $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$  sabiti ve  $T_{ij}$  de enerji-momentum tensörüdür. Böylece denklemin sağ tarafı da uzayzamanda madde dağılımını yani fiziksel içeriğini betimlemektedir. Einstein alan denklemleri yalnızca bir tensör denklemi ile tanımlanıyor gibi görünse de, 4-boyutlu uzay için 16 adet denklem bulunmakta olup, Einstein tensörü ( $G_{ij}$ ) ve enerji-momentum tensörünün ( $T_{ij}$ ) simetrik olması dolayısıyla 16 bileşenden 10'u bağımsızdır.

### 3.2. $f(R, T)$ Teori

Genel Görelilik, evrenin yapısını geniş ölçekte açıklamaya çalışsa da, evrenin genişlemesi, karanlık madde ve karanlık enerji gibi konuları açıklamakta yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle bu teoriye alternatif olabilecek teorilere ihtiyaç vardır. Lyra Teorisi, Brans-Dicke Teorisi,  $f(R)$ ,  $f(G)$  ve  $f(R, T)$  gibi teoriler GR'ye bazı eklemeler yapılarak ortaya atılan modifiye edilmiş teoriler arasında sayılabilir. Harko vd. (2011) tarafından 2011 yılında önerilen  $f(R, T)$  teorisi ilham verici ve dikkate değer bir teoridir. Bu kütleçekim teorisinde Einstein alan denklemleri  $f(R, T)$  fonksiyonu yardımıyla hem madde hem de geometri kısmına eklemeler yapılarak yeniden ifade edilmektedir. Burada  $R$  Ricci skalerini ve  $T$  enerji momentum tensörünün izini temsil eder.

Einstein-Hilbert eylem ilkesi yardımıyla türetilen alan denklemleri için  $f(R, T)$  teorideki eylem şu şekilde ifade edilir:

$$S = \frac{1}{16\pi} \int f(R, T) \sqrt{-g} d^4x + \int L_m \sqrt{-g} d^4x \quad (3.8)$$

Verilen bu denklemde  $f(R, T)$ ; sırasıyla Ricci tensörünü ve enerji momentum tensörünün izini temsil eden  $R$  ve  $T$ 'nin keyfi bir fonksiyonudur,  $g$ ;  $g_{ij}$  metrik tensörünün determinanı ve  $L_m$ ; maddenin Lagrangian yoğunluğudur (Harko vd., 2011). Ayrıca maddenin enerji-momentum tensörü

$$T_{ij} = \frac{-2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta}{\delta g^{ij}} (\sqrt{-g} L_m) \quad (3.9)$$

ile tanımlanmakta olup izini de  $T = g^{ij} T_{ij}$  şeklinde bulmak mümkündür. Dahası,  $L_m$ 'nin

yalnızca metrik tensör bileşenlerine bağlı olduğu düşünülerek enerji-momentum tensörü

$$T_{ij} = g_{ij}L_m - \frac{2\partial L_m}{\partial g^{ij}} \quad (3.10)$$

biçiminde elde edilebilir. Denklem (3.8)'in metrik tensör  $g_{ij}$  bileşenlerine göre varyasyonundan  $f(R, T)$  teorisi için alan denklemleri

$$f_R(R, T)R_{ij} - \frac{1}{2}f(R, T)g_{ij} - (\nabla_i \nabla_j + g_{ij}\square)f_R(R, T) = 8\pi T_{ij} - f_T(R, T)(T_{ij} + \Theta_{ij}) \quad (3.11)$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemde  $f_R = \frac{\partial f}{\partial R}$ ,  $f_T = \frac{\partial f}{\partial T}$  ifadeleri  $f(R, T)$  fonksiyonlarının kısmi türevlerini ifade ederken,  $\nabla_i$  kovaryant türevi ve  $\square = \nabla_i \nabla^i$  belirtir.  $\Theta_{ij}$  ise

$$\Theta_{ij} = -2T_{ij} + g_{ij}L_m - 2g^{kl} \frac{\partial^2 L_m}{\partial g^{ij} \partial g^{kl}} \quad (3.12)$$

eşitliği ile verilir. Diğer taraftan, bahsedilen bu çalışmada enerji-momentum tensörü, enerji yoğunluğu ( $\rho$ ), basınç ( $p$ ) ve dörtlü hız vektörüne ( $u_i$ ) bağlı olarak

$$T_{ij} = (\rho + p)u_i u_j - p g_{ij} \quad (3.13)$$

ideal akışkan şeklinde varsayılmıştır. Burada dörtlü hız vektörü  $u_i$ ,  $u_i u^i = 1$  ve  $u^i \nabla_k u_i = 0$  özelliklerini sağlar. Ayrıca madde Lagrangianı  $L_m = -p$  olarak alınabilir ve böylece (3.13) denklemi ile (3.12) denkleminin ortak çözümünden

$$\Theta_{ij} = -2T_{ij} - p g_{ij} \quad (3.14)$$

elde edilir.

Diğer taraftan,  $f(R, T)$  fonksiyonunun seçimine bağlı olarak farklı modeller elde etmek mümkündür. Bu fonksiyon için Harko vd. (2011) tarafından üç farklı durum önerilmiştir. Önerilen fonksiyonlar ve bunlara karşılık gelen alan denklemleri aşağıda verilmektedir.



### 3.2.1. I. durum $f(R, T) = R + 2f(T)$

$f(R, T)$  gravitasyon teorisi için ilk durumda  $f(T)$  enerji-momentum tensörünün izi  $T$ 'ye bağlı keyfi bir fonksiyon olmak üzere,  $f(R, T) = R + 2f(T)$  biçiminde ele alınmıştır. Böylece bu duruma karşılık gelen alan denklemleri (3.11) denklemi yardımıyla ve madde ideal akışkan olarak düşünülerek

$$R_{ij} - \frac{1}{2}Rg_{ij} = 8\pi T_{ij} + 2f'(T)T_{ij} + [2pf'(T) + f(T)]g_{ij} \quad (3.15)$$

şeklinde elde edilir.

### 3.2.2. II. durum $f(R, T) = f_1(R) + f_2(T)$

İkinci durum olarak önerilen bu fonksiyonda  $f_1(R)$  ve  $f_2(T)$  sırasıyla Ricci skaleri  $R$  ve enerji-momentum tensörünün izi  $T$ 'ye bağlı keyfi birer fonksiyondur. Bu modelde madde ideal akışkandan oluşmak üzere (3.11) denkleminde alan denklemleri

$$f_1'(R)R_{ij} - \frac{1}{2}f_1(R)g_{ij} + (g_{ij}\square - \nabla_i\nabla_j) = 8\pi T_{ij} + f_2'(T)T_{ij} + \left[ f_2'(T)p + \frac{1}{2}f_2(T) \right] g_{ij} \quad (3.16)$$

şeklinde elde edilir.

### 3.2.3. III. durum $f(R, T) = f_1(R) + f_2(R)f_3(T)$

Önerilen bu üçüncü durumda yine  $f$  fonksiyonları  $R$  ve  $T$ 'ye bağlı keyfi birer fonksiyonlar olmak üzere, ideal akışkan durumunda bu modele karşılık gelen alan denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$f_1'(R) + f_2'(R)f_3(T)R_{ij} - \frac{1}{2}f_1(R)g_{ij} + (g_{ij}\square - \nabla_i\nabla_j) = 8\pi T_{ij} + f_2(R)f_3'(T)T_{ij} + f_2(R) \left[ f_3'(T)p + \frac{1}{2}f_3(T) \right] g_{ij} \quad (3.17)$$

## 3.3. Kinematik Nicelikler

Bu altbaşlık altında bu çalışmada incelenen ve analiz edilen kinematik niceliklerin tanım, özellik ve eşitlikleri verilmektedir.

### 3.3.1. Ölçek faktörü ( $a$ ) ve hacim ( $V$ )

Ölçek faktörü; zamana bağlı olarak değişen ve evrenin genişlemesini karakterize eden bir parametredir. Başka bir deyişle, metriğin belirli bir  $t$  anındaki uzaysal kesitinin büyüklüğünü verir. Ölçek faktörü  $a$  ile gösterilir ve  $n$ - boyutlu uzayda

$$a^{n-1} = \sqrt{\prod_{i=1}^{n-1} (-g_{ii})} \quad (3.18)$$

şeklinde tanımlanır. Ölçek faktörünün zamana göre birinci türevi evrenin genişleme hızı hakkında, ikinci türevi ise evrenin ivmelenmesi yani genişleyen evrenin yavaşlama veya hızlanma durumu hakkında yorum yapabilir. Ayrıca uzaysal hacim ( $V$ ) de, metrik tensörün determinanı veya ölçek faktörü cinsinden 3-boyutlu uzayda aşağıda şekilde tanımlanır:

$$V = a^3 = \sqrt{-g} \quad (3.19)$$

### 3.3.2. Hubble parametresi ( $H$ )

Hubble parametresi evrenin genişleme hızını, bir başka ifadeyle uzaydaki belirli bir mesafeye sahip noktanın bizden ne kadar hızlı uzaklaştığını gösterir. Ölçek faktörüne bağlı olarak Hubble parametresi

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (3.20)$$

şeklinde tanımlanan, zaman<sup>-1</sup> boyutlu bir niceliktir. Burada nokta " · " kozmik zaman  $t$ 'ye göre türevi belirtir. Ayrıca bu parametre eksenler için ayrı ayrı genişleme hızlarını göstermek üzere yönsel Hubble bileşenleri cinsinden de tanımlanabilir. Hubble bileşenleri  $\frac{1}{\sqrt{g_{ii}}} \frac{\partial(\sqrt{g_{ii}})}{\partial t}$ , ( $i = 1, \dots, n - 1$ ) olmak üzere 4-boyutlu uzayda Hubble parametresi

$$H = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 H_i = \frac{1}{3} (H_1 + H_2 + H_3) \quad (3.21)$$

şeklindedir.  $H > 0$  genişlemeye karşılık gelirken,  $H < 0$  ise büzülme belirtir.

### 3.3.3. Frenleme Parametresi ( $q$ )

Frenleme veya bir diğer adıyla yavaşlama parametresi, genişlemenin ivmesini ölçen boyutsuz bir niceliktir ve böylece evrenin kendi kütle çekimi sebebiyle genişlemenin yavaşlama hızını belirtir. Ölçek faktörüne veya Hubble parametresine bağlı olarak

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -1 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{H} \right) \quad (3.22)$$

şeklinde tanımlanır. Frenleme parametresinin işaretine göre hızlanan veya yavaşlayan genişlemeyi karakterize etmek mümkündür.  $q$  parametresinin pozitif olması evrenin yavaşlayarak genişlemesini, negatif olması ise hızlanarak genişlemesini belirtir. Ayrıca  $q = 0$  değeri de sabit hızda genişlemeye işaret etmektedir. Frenleme parametresini sıfırlayan değere  $t$  transit noktası denir ve  $t_{tr}$  ile gösterilir.

Günümüzdeki kozmik zaman değeri  $t_0$  ile gösterilecek olup, verilere göre bu değer  $t_0 = 13.8 \text{Gyr}$  olarak ölçülmüştür (Singh, C. P. ve Kumar, A., 2020). Ayrıca bahsedilen parametrelerin  $H_0 = H(t_0)$  ve  $q_0 = q(t_0)$  şeklinde gösterilen günümüz değerleri de, gözlemsel verilere dayanarak grafikler yardımıyla ölçülebildikleri için Hubble ve frenleme parametreleri gözlemlenebilen nicelikler olarak sayılır.

### 3.4. Durum Denklemi Parametresi (EoS)

Karanlık enerji için durum denklemi parametresi, onda mevcut olan basınç miktarını ve enerji yoğunluğunu belirten bir ilişki olarak düşünülebilir. En basit aday olan kozmolojik sabit, enerji yoğunluğuna eşit büyüklükte ve zıt işaretli bir basınç ile karakterize edilir. Yani,  $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$  olur. Diğer adaylar için genelleştirilmesinden  $p = \omega\rho$  elde edilir ki bu da durum denklemi parametresinin

$$\omega = \frac{p}{\rho} \quad (3.23)$$

olmasını sağlar.  $\omega$  sabit olma zorunluluğunda olmamakla birlikte bazı değer aralıkları farklı karanlık enerji adaylarına karşılık gelmektedirler. Bunlar:

- $-1 < \omega < -\frac{1}{3} \rightarrow$  quintessence
- $\omega = -1 \rightarrow \Lambda$  kozmolojik sabit
- $\omega < -1 \rightarrow$  phantom

### 3.5. Durum Bulucu Parametreler

Alam, Sahni, Deep Saini, ve Starobinsky (2003) tarafından geliştirilen durum bulucu parametreler, farklı karanlık enerji modelleri arasında ayırım yapabilmek için kullanışlı tanımlama araçlarıdır. Bu parametreler, ölçek faktörü ( $a$ ), yavaşlama ( $q$ ) ve Hubble ( $H$ ) parametrelerinin yüksek mertebeden türevleri aracılığıyla formüle edilmiştir. Durum bulucu parametrelerin tanımı ölçek faktörünü içerdiğinden geometrik özelliğe sahiptir.  $r$  yavaşlama parametresinin değişim oranı,  $s$  ise  $r$  ve  $q$ 'nun temel bir kombinasyonu olmak üzere bu parametreler  $(r, s)$  çifti olarak gösterilir. Ayrıca, pozitif  $r$  parametresinin ivmelenerek genişlemeyi etkinleştirdiği bilinmektedir Arora, Bhattacharjee, ve Sahoo (2021). Durum bulucu parametreler aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır Alam vd. (2003):

$$r = \frac{\ddot{a}}{aH^3}, \quad s = \frac{r-1}{3(q-\frac{1}{2})} \quad (3.24)$$

$(r, s)$  çiftinin aldığı değerlere göre,  $\Lambda$  soğuk karanlık madde ( $\Lambda$ CDM), standart soğuk karanlık madde ( $SCDM$ ), Chaplygin Gaz ( $CG$ ), quintessence gibi farklı karanlık enerji modelleri oluşur. Daha iyi ifadeyle Jawad vd. (2019) :

- $(r, s) = (0, 1)$  değeri  $\Lambda$ CDM 'a
- $(r, s) = (1, 1)$  değeri  $SCDM$  'a
- $r > 1, s < 0$  değerleri  $CG$  bölgesine
- $r < 1, s > 0$  değerleri ise quintessence bölgesine karşılık gelir.

### 3.6. Holografik Karanlık Enerji

Kozmolojik tesadüf problemi ile ortaya atılan ve günümüzde büyük ilgi gören holografik karanlık enerji modeli (HDE), holografik ilkeyi karanlık enerjiye uygulamaya yönelik teorik bir girişimle ortaya çıkmıştır. Holografik ilke bir uzayın hacminin, yüzeyinde kodlanmış olarak düşünülebileceğini belirtir. Kozmolojik anlamda bu ilke evrenin entropisi için bir üst sınır belirler ve kızılötesi ( $IR$ ) ile Ultraviyole ( $UV$ ) kesimleri arasında varsayımsal bir ilişki oluşur. Bu prensibe dayalı olarak Cohen vd. (1999), karanlık enerjinin holografik ilkeye uymasını ve  $IR$  sınırıyla sınırlandırılmasını önermiştir. Standart HDE'nin

enerji yoğunluğu tanımı  $\rho_{DE} = 3c^2 M_p^2 L^{-2}$  olarak verilir ve burada  $L$   $IR$  kesme yarıçapını gösterir,  $c$  sayısal sabit ve  $M_p^2 = \frac{1}{8\pi G}$  Planck kütesidir (Li, 2004). Bu tanım,  $S \sim A \sim L^2$  olan kara deliklerin entropi-alan bağlantısıyla ilgilidir; burada  $A = 4\pi L^2$  ufuk alanıdır (Cohen vd., 1999).

### 3.6.1. Tsallis Entropisi

HDE bağlamında yeni bir gelişme, Tsallis ve Cirto Tsallis ve Cirto (2013) tarafından Tsallis genelleştirilmiş entropi olarak yapılmıştır.

$$S_\delta = \gamma A^\delta \quad (3.25)$$

burada  $\gamma$  bilinmeyen bir sabittir ve  $\delta$ , toplamsal olmayan bir parametreyi gösterir (Tsallis ve Cirto, 2013). Tsallis Entropi'yi kullanan yeni karanlık enerji modeli, Tsallis Holografik Karanlık Enerji (THDE) olarak adlandırıldı.

### 3.6.2. Tsallis Holografik Karanlık Enerjinin Yoğunluğu

Kozmolojik ilke ve kızılötesi ( $IR$ ) limiti göz önüne alındığında Cohen vd. (1999) entropi ( $S$ ),  $IR$  sınırı ( $L$ ) ve  $UV$  sınırı ( $\Lambda$ ) arasındaki bağlantıyı şu şekilde formüle etti:

$$L^3 \Lambda^3 \leq S^{\frac{3}{4}} \quad (3.26)$$

(3.26) Denkleminin (3.25) entropisi ile birleştirilmesinin ardından,  $\Lambda^4 \leq (\gamma(4\pi)^\delta)L^{2\delta-4}$  şeklinde elde edilen bu ifadede  $\Lambda^4$ , HDE formülasyonunda karanlık enerjinin enerji yoğunluğu olan vakum enerji yoğunluğunu gösterir. Böylece, yukarıdaki eşitsizliği uygulayarak THDE'nin enerji yoğunluğunu aşağıdaki gibi elde etmek mümkündür:

$$\rho_T = DL^{2\delta-4} \quad (3.27)$$

ve  $D$  bilinmeyen bir parametredir (Tavayef, Sheykhi, Bamba, ve Moradpour, 2018). Burada bahsetmeye değer başka bir nokta da  $\delta$  parametresinin özel durumlarıdır.  $\delta = 1$  için enerji yoğunluğunun ifadesi standart HDE modeline indirgenir ( $D = 3c^2 M_p^2$  olmak üzere  $\rho_{DE} = 3c^2 M_p^2 L^{-2}$ ) ve  $\delta = 2$  için yoğunluk  $\rho_T = \text{sabit}$  olarak elde edilir ve bu kozmolojik sabite karşılık gelir (Saridakis, Bamba, Myrzakulov, ve Anagnostopoulos, 2018).  $L = H^{-1}$

sisteminin  $IR$  kesme noktası olarak Hubble ufkunu hesaba katarsak, THDE enerji yoğunluğu aşağıdaki şekilde olur:

$$\rho_T = DH^{4-2\delta} \quad (3.28)$$



## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

### ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Evrenin erken evrelerinde anizotropik olduğu şeklindeki kozmolojik görüş hakimdir (Komatsu vd., 2009). Önemli bir gözlemsel kanıt olan kozmik mikrodalga arka planı (CMB), homojen ve izotropik bir evrene dönüşen anizotropik bir fazın varlığına işaret eden bazı anormallikleri ortaya çıkarmıştır (Bennett vd., 2003). Böylece izotrop modellerin yanısıra anizotrop modeller de evrenin anlaşılmasında son derece önemlidir.

Bu çalışmada THDE homojen anizotrop Bianchi tip-I evreninde incelenecektir. Bianchi-I evreni

$$ds^2 = dt^2 - A^2 dx^2 - B^2 dy^2 - C^2 dz^2 \quad (4.1)$$

formundadır. Burada  $A$ ,  $B$  ve  $C$  kozmik zaman  $t$ 'ye bağlı fonksiyonlar olup metrik potansiyeller olarak adlandırılırlar. Bianchi-I evreni için  $g_{ij}$  kovaryant tensörünün matris gösterimi

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} -A^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -B^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

şeklindedir. Ayrıca Bianchi-I evreni için Hubble parametresi ( $H$ ), genişleme skaleri  $\theta$  ve hacim  $V$  gibi nicelikler aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$H = \frac{1}{3} \left( \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \quad (4.3)$$

$$\theta = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \quad (4.4)$$

$$V = a^3 = ABC \quad (4.5)$$

Öte yandan evren, karanlık maddenin yanı sıra holografik karanlık enerji olarak bilinen varsayımsal bir sıvı ile doludur. Yani, holografik karanlık enerji durumunda, karanlık madde ve karanlık enerji ikili akışkan olarak dikkate alınır.  $\rho_m$  maddenin enerji

yoğunluğunu ifade etmek üzere, madde için enerji momentum tensörü

$$T_{ij}^m = \rho_m u_i u_j \quad (4.6)$$

şeklindedir (Varshney ve Sharma, 2021).  $\rho_T$  and  $p$ , sırasıyla THDE'nin enerji yoğunluğu ve basıncı olmak üzere, THDE için enerji momentum tensörü

$$T_{ij}^T = (\rho_T + p)u_i u_j + p g_{ij} \quad (4.7)$$

şeklindedir (Varshney ve Sharma, 2021). Böylece the total enerji momentum tensörü aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$T_{ij} = T_{ij}^m + T_{ij}^T \quad (4.8)$$

Total enerji momentum tensörünün matris ile ifadesi

$$T_j^i = \begin{bmatrix} -p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_m + \rho_T \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

biçimindedir. (4.1) denklemindeki metrik ve (4.8) denklemi, (3.15)'de kullanılırsa, çalışılan evren için  $f(R, T)$  teoride alan denklemleri şöyle elde edilir:

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = -(3\mu + 8\pi)p + \mu\rho_m + \mu\rho_T \quad (4.10)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} = -(3\mu + 8\pi)p + \mu\rho_m + \mu\rho_T \quad (4.11)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} = -(3\mu + 8\pi)p + \mu\rho_m + \mu\rho_T \quad (4.12)$$

$$\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} = (3\mu + 8\pi)(\rho_m + \rho_T) - p\mu \quad (4.13)$$

Nokta  $t$  ye göre türevi göstermektedir. Elde edilen denklem sistemi dört alan denklemi ve  $A, B, C, p, \rho_m, \rho_T$  olmak üzere altı bilinmeyenden oluşmaktadır. Böylece, denklem sisteminin



çözülebilmesi için 2 yardımcı denkleme ihtiyaç vardır.

i) Öncelikle, Hubble kesme kullanılarak elde edilen Tsallis holografik karanlık enerjinin yoğunluğu denklem (3.28) deki gibi kullanılabilir.

ii) Ayrıca bir Hubble parametresi kullanılabilir. Bu model için tercih edilen Hubble parametresi (Pacif, Myrzakulov, ve Myrzakul, 2017)

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{\beta}{\sqrt{t + \alpha}} \quad (4.14)$$

şeklinde seçilmiştir. Burada  $\alpha$  ve  $\beta$  sabitler olup,  $a$  ölçek faktörünü gösterir. Denklem (4.14) dan ölçek faktörü  $a$  ve frenleme parametresi  $q$  aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$a = c_1 e^{2\beta\sqrt{t+\alpha}} \quad (4.15)$$

$$q = -1 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{H} \right) = -1 + \frac{1}{2\beta\sqrt{t+\alpha}} \quad (4.16)$$

Burada  $c_1$  bir integrasyon sabitidir. İlk olarak, (4.5) ve (4.15) denklemlerinden  $A$  metrik potansiyeli

$$A = \frac{c_1 e^{6\beta\sqrt{t+\alpha}}}{BC} \quad (4.17)$$

şeklinde elde edilir. Daha sonra, (4.10)-(4.13) denklemlerinde gösterilen alan denklemleri ve (4.14)-(4.17) denklemleri kullanılırsa, metrik potansiyeller  $c_1, c_2, c_3, c_4$  integrasyon sabitleri olmak üzere,

$$B = e^{\frac{1}{18\beta^2} c_3 e^{-6\beta\sqrt{t+\alpha}} (1+6\beta\sqrt{t+\alpha}) + 36\beta^3 \sqrt{t+\alpha} - c_4 (6\beta^2 + 1)} \quad (4.18)$$

$$C = e^{\frac{1}{18\beta^2} c_1 e^{-6\beta\sqrt{t+\alpha}} (1+6\beta\sqrt{t+\alpha}) + 36\beta^3 \sqrt{t+\alpha} - c_2 (6\beta^2 + 1)} \quad (4.19)$$

şeklinde bulunur. Sonrasında, Denklem (3.28) ve alan denklemleri (4.10)-(4.13) yardımıyla, Tsallis holografik karanlık enerjinin enerji yoğunluğu ve maddenin enerji yoğunluğu sırasıyla

$$\rho_T = D\beta^{4-2\delta} (t + \alpha)^{\delta-2} \quad (4.20)$$

$$\rho_m = -\frac{1}{2} \frac{(c_1^2 + c_1 c_3 + c_3^2)}{(4\pi + \mu) e^{12\beta\sqrt{t+\alpha}}} + \frac{\beta}{8} \left( \frac{\mu + 6\beta(4\pi + \mu)\sqrt{t+\alpha}}{(t+\alpha)^{3/2}(2\pi + \mu)(4\pi + \mu)} \right) - D\beta^{4-2\delta}(t+\alpha)^{\delta-2} \quad (4.21)$$

şeklindedir. Ayrıca basınç aşağıdaki gibidir.

$$p = -\frac{1}{2} \frac{(c_1^2 + c_1 c_3 + c_3^2)}{(4\pi + \mu) e^{12\beta\sqrt{t+\alpha}}} + \frac{\beta}{8(t+\alpha)(2\pi + \mu)} \left( \frac{(8\pi + 3\mu)}{(t+\alpha)^{1/2}(4\pi + \mu)} - 6\beta \right) \quad (4.22)$$

Ek olarak, diğer dinamikleri de hesaplayalım.  $\omega_T$  olarak gösterilen EoS parametresi,  $\omega_T = \frac{p}{\rho_T}$  formülü ile aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\omega = -\frac{1}{4D} \left( -\frac{2(c_1^2 + c_1 c_3 + c_3^2)(t+\alpha)^{2-\delta}\beta^{2\delta-4}}{(4\pi + \mu) e^{12\beta\sqrt{t+\alpha}}} - \frac{\beta^{2\delta-3}(t+\alpha)^{\frac{1}{2}-\delta}(8\pi + 3\mu)}{2(2\pi + \mu)(4\pi + \mu)} + \frac{3\beta^{2\delta-2}(t+\alpha)^{1-\delta}}{2\pi + \mu} \right) \quad (4.23)$$

Ortalama anizotropi parametresi ( $\Delta$ )

$$\Delta = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left( \frac{H_i - H}{H} \right) = \frac{2(c_1^2 + c_1 c_3 + c_3^2)(t+\alpha)}{3\beta^2 e^{12\beta\sqrt{t+\alpha}}} \quad (4.24)$$

formunda olurken, skaler genişleme  $\theta$  ve hacim  $V$  aşağıdaki gibi bulunur.

$$\theta = \frac{3\beta}{\sqrt{t+\alpha}} \quad (4.25)$$

$$V = c_1 e^{6\beta\sqrt{t+\alpha}} \quad (4.26)$$

#### 4.1. Grafiksel İnceleme

Çözümlerin  $\rho_m$ ,  $p$  ve  $\omega$  nın  $t = -\alpha$ ,  $\mu = -2\pi$  ve  $\mu = -4\pi$  değerlerinde tekilliğe sahip olduğu görülüyor. Dolayısıyla bu parametreler belirtilen değerleri alamaz. Faz geçişi, yavaşlama parametresinin sıfır değerini aldığı  $q(t_{tr}) = 0$  noktasında gerçekleşir ve bu nokta  $t_{tr}$  ile gösterilir. (4.16) denkleminde, faz geçiş noktası şu şekilde bulunur:

$$t_{tr} = -\alpha + \frac{1}{4\beta^2} \quad (4.27)$$

Evren yavaşlama evresinden ivmelenme evresine geçtiğinden,  $t = 0$  anı için  $q > 0$  olup parametreler için  $\beta\sqrt{\alpha} < \frac{1}{2}$  kısıtlaması vardır. Ayrıca bu çalışmada evrenin yaşını gösteren  $t_0$ , SN Ia+OHD (SN:Süpernova, OHD:Gözlemsel Hubble Verileri)'ye dayalı olarak  $t_0 = 13.8\text{Gyr}$  olarak kabul edilmiştir (Singh, C. P. ve Kumar, A., 2020). Öte yandan,

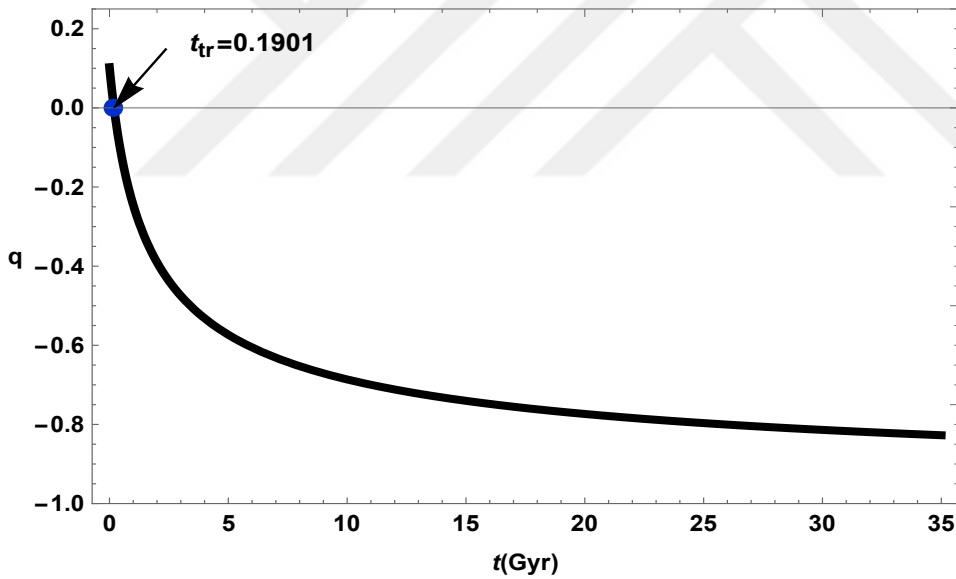
yavaşlama parametresi için SN Ia gözlem verisine göre  $q_0 = q(t_0) = -0.73$  değeri baz alınmıştır (Cunha, 2009). Tüm sınırlamalar dikkate alınarak  $q_0$ 'ın gözlemsel verisiyle uyumlu olacak sabitler aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

Tablo 1

$q_0$  gözlem verisi ile uyumlu olacak şekilde seçilen  $\alpha$  ve  $\beta$  değerlerine karşılık gelen değerler.

Data	$\alpha$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$\mu$	$\delta$	$D$
SN Ia	0.88	0.4833	0.025	4.4	1	2	-6.25	1.4	3

Burada (4.16) denklemi ve  $\beta\sqrt{\alpha} < \frac{1}{2}$  sınırlaması baz alınarak  $\alpha$  ve  $\beta$  değerleri  $q_0 = -0.73$ 'ı sağlayacak şekilde seçilmiştir. Sırasıyla  $c_1$  değeri de günümüz değeri olan  $a_0 = 1$ 'i sağlayacak şekilde alınmıştır. Tüm grafik gösterimleri için Tablo 1 değerleri kullanılmıştır.



Şekil 1. Frenleme parametresi  $q$ 'nun kozmik zamana göre değişimi.

Şekil 1'deki yavaşlama parametresinin grafiği analiz edilecek olursa, bir işaret değişimi, yani pozitiften negatife bir faz geçişi söz konusudur. Faz geçişinin gerçekleştiği transit noktası (4.27) denkleminden  $t_{tr} = 0.1901$  olarak hesaplanmıştır. Bunun yanı sıra frenleme parametresinin sahip olduğu değer aralığı gözlemlerle tutarlı olacak şekilde  $-1 < q < 0$  aralığında yer almaktadır (Perlmutter vd., 1999; Riess vd., 1998). Ölçek

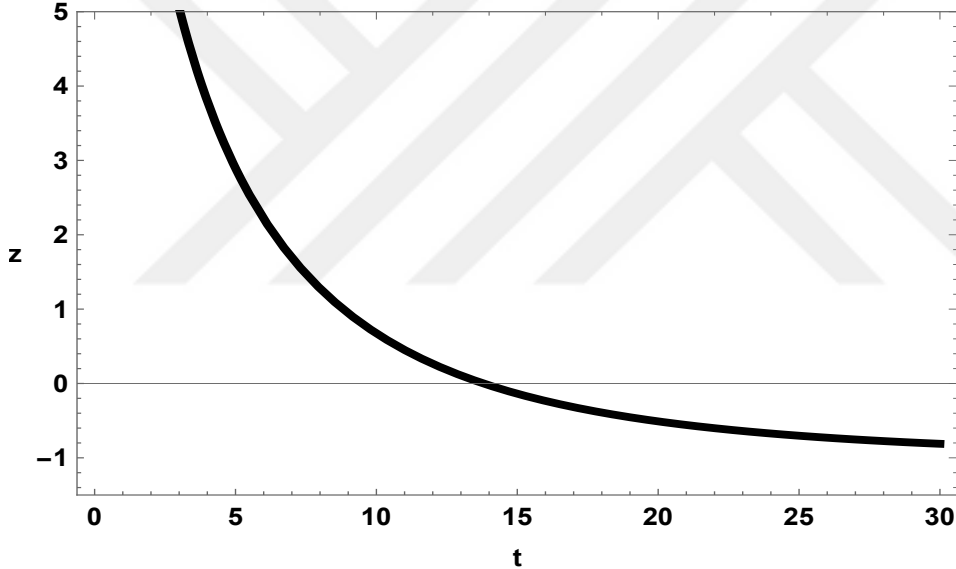
faktörü  $a$  ve kırmızıya kayma  $z$  arasındaki ilişki

$$\frac{a_0}{a(t)} = 1 + z \quad (4.28)$$

bağıntısı ile verilir. Burada ölçek faktörünün günümüzdeki değeri olup, bu değerin  $a_0 = 1$  olduğu kabul edilmektedir. Böylece bu ilişki  $\frac{1}{a(t)} = 1 + z$  halini alabilir. Bu bağıntı yardımıyla kozmik zaman kırmızıya kayma cinsinden (4.29) denklemindeki gibi elde edilebilir.

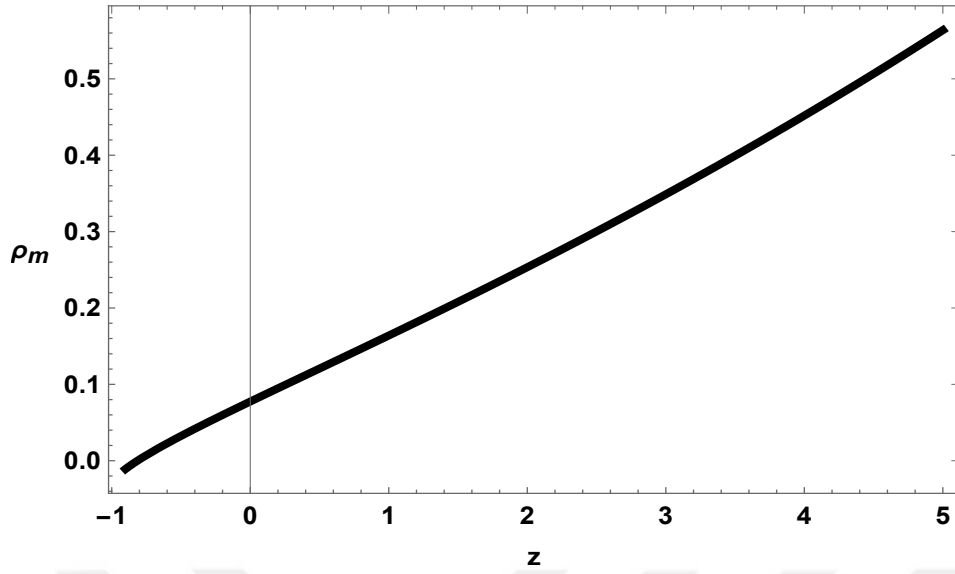
$$t(z) = -\alpha + \left[ \sqrt{t_0 + \alpha} - \frac{1}{2\beta} \ln(1 + z) \right]^2 \quad (4.29)$$

$z$ 'nin  $t$ 'ye göre değişimi Şekil 2'de yer almaktadır. Buradan  $t \rightarrow 0$  için  $z \rightarrow \infty$  ve  $t \rightarrow \infty$  için  $z \rightarrow -1$  değerleri arasında değişmekte olduğu kolayca gözlemlenebilir.

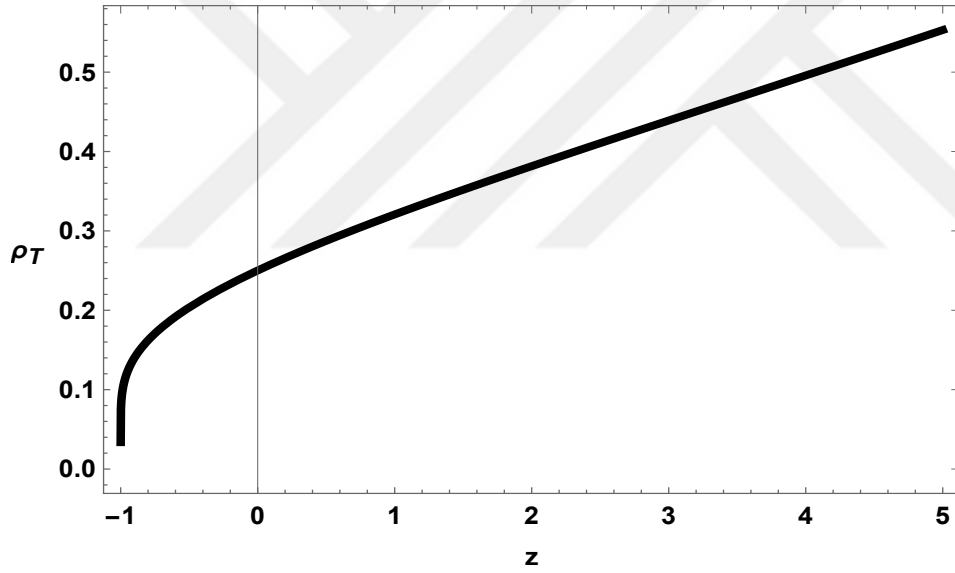


Şekil 2. Kırmızıya kayma  $z$ 'nin kozmik zaman  $t$ 'ye göre aldığı değerler.

Maddenin enerji yoğunluğu  $\rho_m$  ve THDE'nin enerji yoğunluğu  $\rho_T$ 'nin davranışları sırasıyla Şekil 3 ve Şekil 4'te görülmektedir. Her ikisi de zamana göre azalan pozitif değerli fonksiyonlardır. Kırmızıya kaymaya göre bakılacak olunursa, düşük  $z$  değerlerinde sıfırdan başlayıp, yüksek değerler için sonsuza doğru gitmektedirler.

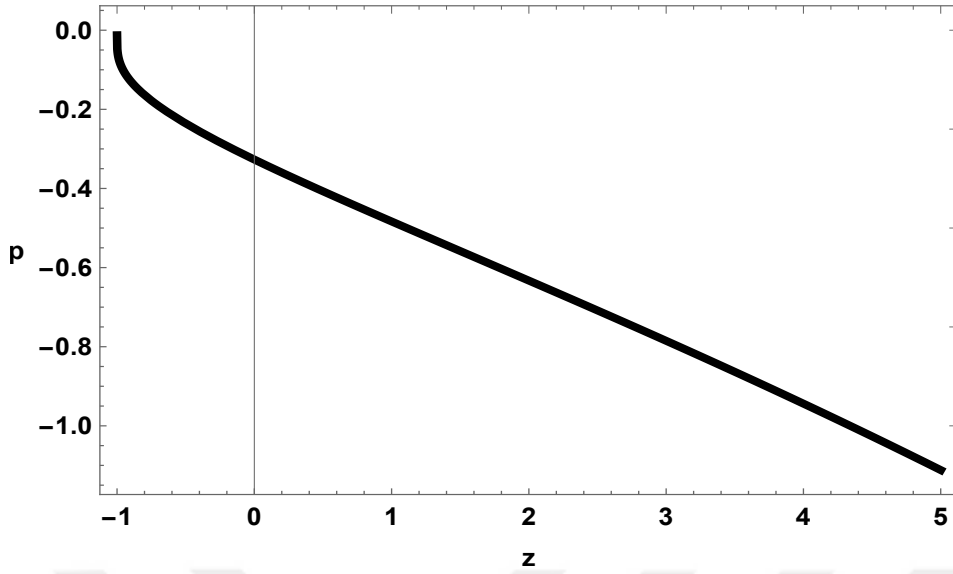


Şekil 3. Maddenin enerji yoğunluğu  $\rho_m$ 'nin  $z$ 'ye göre evrimi.



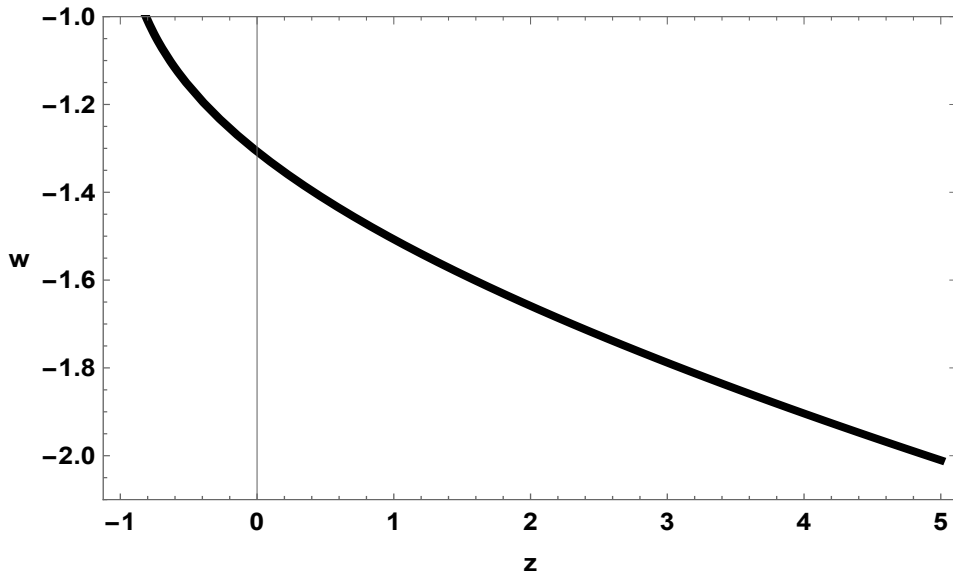
Şekil 4. THDE'nun enerji yoğunluğu  $\rho_T$ 'nin  $z$ 'ye göre değişimi.

Şekil 5'e bakıldığında karanlık enerjinin basıncının davranışı görülmektedir. Karanlık enerji; negatif basınçlı bir enerji türü olarak kabul edildiği göz önüne alınırsa (Peebles ve Ratra, 2003), basıncın beklenen davranışı gösterdiği sonucuna varılabilir. Ayrıca  $z \rightarrow -1$  yani  $t \rightarrow \infty$  için de basıncın sıfır değerine yaklaştığı anlaşılmaktadır.



Şekil 5. Basıncın kırmızıya kayma  $z$ 'ye göre davranışı.

Denklemler(4.23)'de durum denklemleri olan EoS parametresi hesaplanmıştır ve bunun zamana bağlı ve zamanla  $-1$  olma eğiliminde olduğu görülmektedir. Şekil 6, EoS parametresinin  $z$  kırmızıya kaymasına bağlı evrimini göstermektedir. Bu parametre  $\omega < -1$  ile phantom bölgesinde yer almakta olup,  $z \rightarrow -1$  için  $\Lambda$ CDM'a karşılık gelen  $\omega = -1$  değerine yaklaşır. Ayrıca bu modelin EoS parametresinin günümüz değeri hesaplanırsa  $z = 0$  için  $w_0 = -1.307$  değeri bulunarak Tablo 2'de verilen  $w_0$  gözlemsel verileri ile yakınlık göstermektedir.



Şekil 6. Kırmızıya kayma  $z$ 'ye göre EoS parametresinin evrimi.

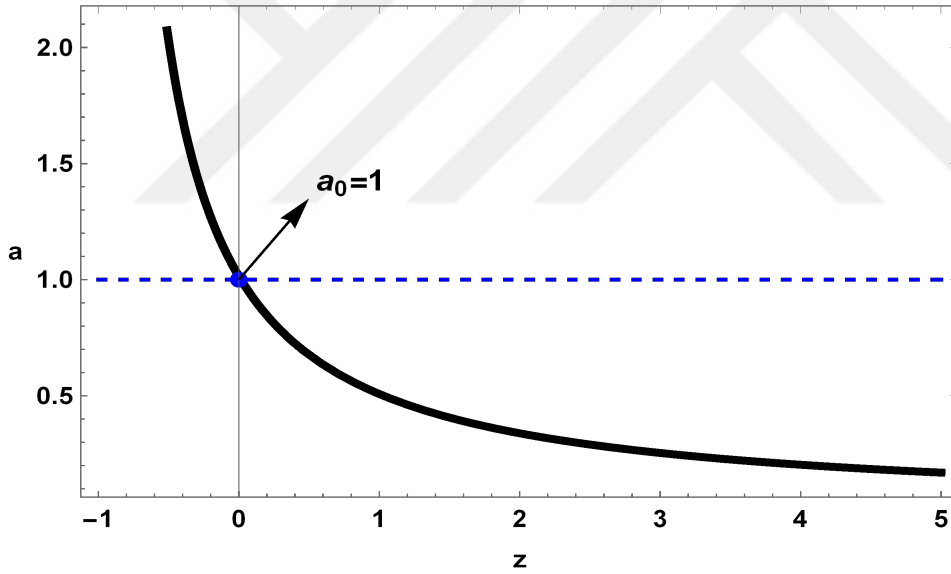
Tablo 2

EoS parametresinin günümüz değeri için gözlemsel veriler

$w_0$	Data	Referans
$-1.028 \pm 0.031$	68 % Planck TT,TE,EE+lowE +lensing+SNe+BAO	Aghanim ve et al. (2020)
$-1.03 \pm 0.03$	Planck + Pantheon + BAO	Aghanim ve et al. (2020)
$-1.084 \pm 0.063$	WMAP + eCMB + BAO + $H_0$ + SNe	Hinshaw ve et al. (2013)
$-1.307$	Bu çalışmada elde edilen değer	

BAO:Baryon Acoustic Oscillation, WMAP:Wilkinson Microwave Anisotropy Probe, eCMB: extended CMB

Son olarak modelin ölçek faktörü, (4.15) denkleminde verilmektedir ve  $z$ 'ye göre davranışı Şekil 7'da çizilmiştir. Mevcut değeri  $a_0 = a(t_0) = 1$  olan zamanla artan bir fonksiyondur.

Şekil 7. Kırmızıya kayma  $z$ 'ye göre ölçek faktörü

## 4.2. Durum Bulucu Parametreler

Durum bulucu parametreler, farklı karanlık enerji modellerini birbirinden ayırabilmek için kullanışlı geometrik nesnelere  $(r,s)$  çifti olarak gösterilir.  $r$  yavaşlama parametresinin değişim oranını temsil ederken,  $s$  ise  $r$  ve  $q$ 'ın temel bir kombinasyonudur. Belirtilmesi gereken bir diğer husus da pozitif  $r$  parametresinin hızlanarak genişlemeyi etkinleştirdiğidir (Arora vd., 2021). Bu parametreler aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır

(Alam vd., 2003):

$$r = \frac{\ddot{a}}{aH^3} \quad (4.30)$$

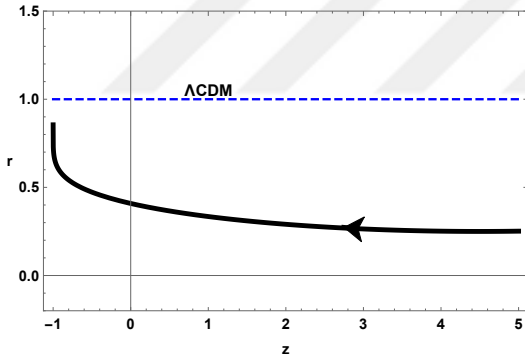
$$s = \frac{r-1}{3(q-\frac{1}{2})} \quad (4.31)$$

Buna göre  $(r, s)$  formulasyonunda (4.15) denklemini kullanılırsa

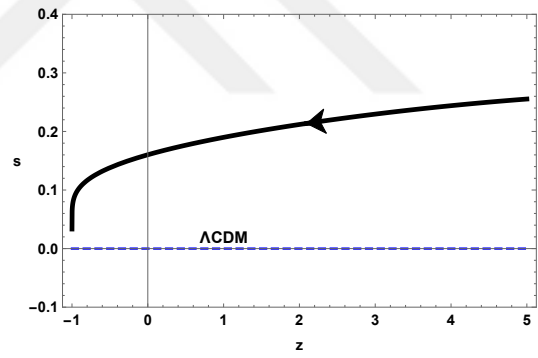
$$r = 1 - \frac{6\beta\sqrt{t+\alpha}-3}{4\beta^2(t+\alpha)} \quad (4.32)$$

$$s = \frac{2\beta(t+\alpha)-\sqrt{t+\alpha}}{2\beta(t+\alpha)(3\beta\sqrt{t+\alpha}-1)} \quad (4.33)$$

bulunur. Burada  $r$  ve  $s$  parametrelerinin zamana bağlı fonksiyonlar oldukları görülmektedir.  $(r, s)$  çiftinin aldığı farklı değerlere göre  $\Lambda$  soğuk karanlık madde ( $\Lambda$ CDM), standart soğuk karanlık madde ( $SCDM$ ), Chaplygin gaz ( $CG$ ) gibi çeşitli modellere karşılık gelmektedir.



Şekil 8. Durum bulucu parametrelerden ilki olan  $r$ 'nin  $z$ 'ye göre değişimi.



Şekil 9. Durum bulucu parametrelerden ikincisi olan  $s$ 'nin  $z$ 'ye göre değişimi.

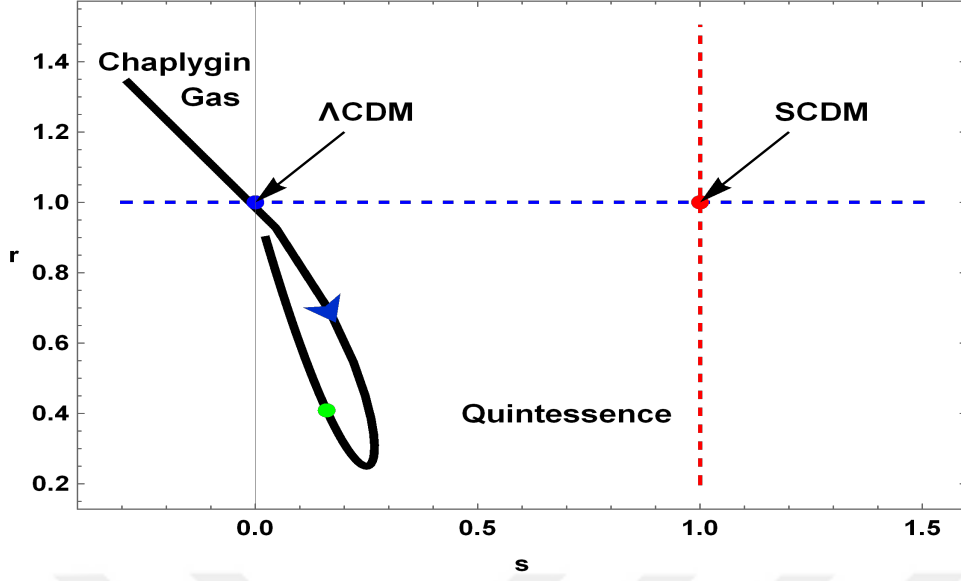
$r$  ve  $s$  parametrelerinin zamana bağlı davranışları sırasıyla Şekil 8 ve Şekil 9'da gösterilmektedir.  $r$  parametresinin evrenin evrimi boyunca pozitif kaldığı görülüyor. Bu ise, yavaşlama evresinden mevcut hızlanma aşamasına geçişi tasdik eder (Pradhan ve Dixit, 2021). Ayrıca başlangıçta azalan bir davranış göstererek  $\Lambda$ CDM çizgisinin altında değişmektedir ve ardından  $\Lambda$ CDM'a doğru artış göstermektedir. Her iki durum bulucu parametrenin de başlangıçta yani yüksek kırmızıya kaymada  $\Lambda$ CDM'den saptığı, gelecekte ise her ikisinin de buna yöneldiği gözlemlenmektedir.



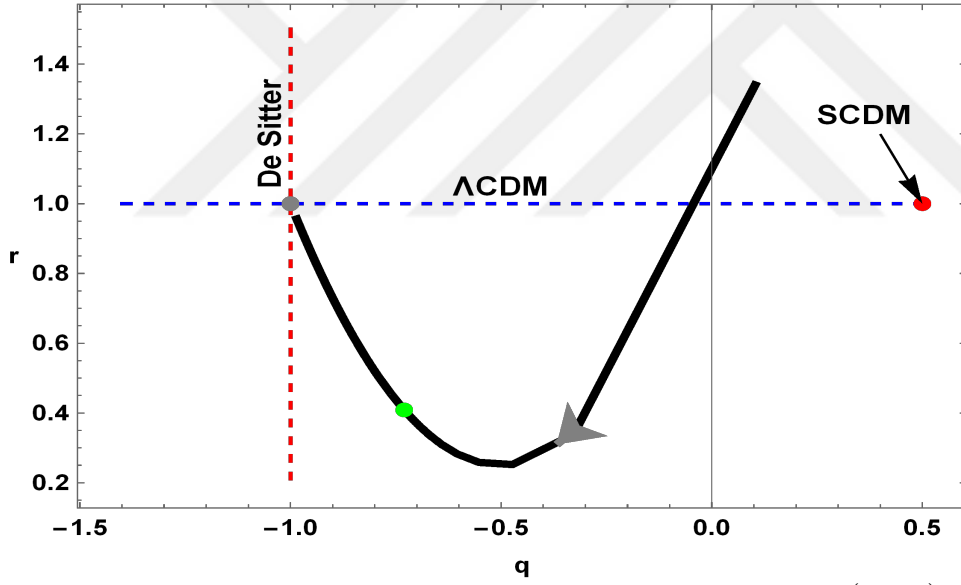
## BEŞİNCİ BÖLÜM

### SONUÇ VE ÖNERİLER

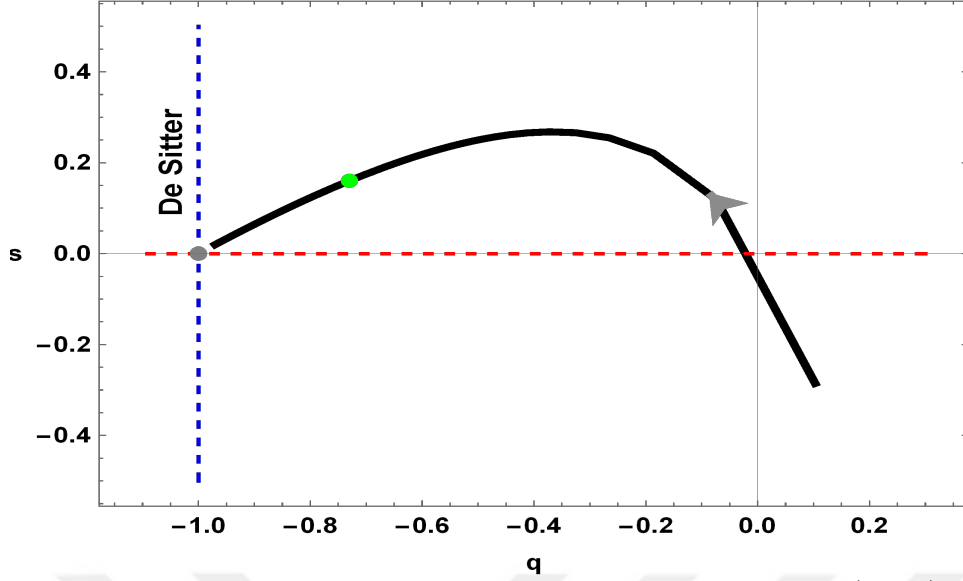
Bu çalışma homojen ve anizotropik Bianchi-I evreninde THDE'nin  $f(R, T)$  teorisi çerçevesinde incelenmesi ile ilgilidir. Alan denklemlerinin çözümlerini elde etmek için THDE enerji yoğunluğu ve Hubble parametresinin bir modeli kullanılmıştır.  $t = 0$  ( $z \rightarrow \infty$ ) başlangıcı gösterirken,  $t \rightarrow \infty$  ( $z = -1$ ) evrenin geç dönemlerini gösterdiğine dikkat edilmelidir. Şekillerde kullanılan sabitlerin ayarlanması,  $q_0$  yavaşlama parametresi için bir gözlemsel verinin kullanılmasıyla gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, grafikler kırmızıya kayma  $z$  cinsinden çizilmiştir. Başlangıç ( $t = 0$ ) anında çok küçük bir değere sahip olan  $A, B, C$  metrik potansiyelleri zamanla artmaktadır. Yavaşlama parametresinin Şekil 1'deki davranışından, evrenin yavaşlamadan hızlanmaya bir faz geçişi gösterdiği sonucuna varılabilir. Bu geçişin gerçekleştiği nokta  $t_{tr} = 0.1901$  olarak hesaplanmıştır. Şekil 3 ve Şekil 4'de gösterilen enerji yoğunlukları başlangıç aşamasında yüksek değerlere sahiptir ve zamanla azalır. Basınç Şekil 5'de görüldüğü gibi, evrenin evrimi boyunca negatif kalır ve sıfıra meyleder. Bu durum negatif ve itici basınca sahip olan karanlık enerjinin doğasına uygundur. Modelin EoS parametresi phantom enerji ( $\omega < -1$ ) gibi davranır ve  $\Lambda$ CDM'ye karşılık gelen  $-1$  değerine yakınsar. Ayrıca EoS parametresinin günümüz değeri Tablo 2 gözlemsel verilerine yakınlık gösteren  $\omega_0 = -1.307$  olarak elde edilmiştir. Ölçek faktörü, mevcut değeri  $a_0 = 1$  olan artan bir fonksiyondur. Ayrıca,  $t \rightarrow \infty$  için ortalama anizotropi parametresi  $\Delta \rightarrow 0$ , yani evrenin anizotropik özelliği yok olur ve izotropiye gider ki bu da evrenin evrimine uyan bir özelliktir. Öte yandan, model için durum bulucu parametreleri farklı yörüngeler çizilerek incelenmiştir. İlk olarak, Şekil 8 ve Şekil 9'daki  $r$  ve  $s$  davranışları, her iki parametrenin de gelecekte  $\Lambda$ CDM eğilimi gösterdiğini göstermektedir.



Şekil 10.  $r-s$  düzleminde durum bulucu parametrelerinin evrimsel yörüngesi. Yeşil nokta,  $(s_0, r_0)$  noktası yani parametrelerin mevcut değerini gösterir.



Şekil 11.  $r-q$  düzleminde durum bulucu yörüngesi. Yeşil nokta,  $(q_0, r_0)$  mevcut değerini gösterir.



Şekil 12.  $s - q$  düzleminde durum bulucu yörüngesi. Yeşil nokta,  $(q_0, s_0)$  mevcut değerini gösterir.

$r - s$  düzlemindeki evrim, sırasıyla  $\Lambda$ CDM ve  $SCDM$  'a karşılık gelen  $(r, s) = (1, 0)$  ve  $(r, s) = (1, 1)$  sabit noktaları da işaretlenerek Şekil 10'de gösterilmektedir. Bu yörünge incelendiğinde  $(r, s)$  çiftinin çeşitli davranışlar gösterdiği görülmektedir. Burada  $r - s$  eğrisinin Chaplygin gaz bölgesine karşılık gelen  $r > 1, s < 0$  bölgesinden başladığı görülür. Daha sonra  $\Lambda$ CDM noktasından geçerek quintessence modelin özelliği olan  $r < 1, s > 0$  bölgesine girer. Son olarak durum bulucu çiftinin geç zamanlarda  $\Lambda$ CDM noktasına yakınsadığı gözlemlenir. İlâveten, modelin evrimsel davranışı Şekil 11'de  $r - q$  düzleminde de incelenmiştir. Burada,  $SCDM$  için sabit nokta  $(r, q) = (1, 0.5)$  olup modelin bu noktadan küçük bir sapma gösterdiği ve zamanla de Sitter genişleme sabit noktası olan  $(r, q) = (1, -1)$  noktasına evrildiği görülür. Son olarak,  $s - q$  eğrisi Şekil 12'de çizilmiştir ve burada yine de Sitter  $(s, q) = (0, -1)$  sabit noktasına yakınsama gösterir. Modelimizin eğrileri (Arora vd., 2021; Huang, Huang, Xu, Tu, ve Chen, 2021) gibi çalışmalarda modellerle benzerlik göstermektedir. Yine ikinci bölümde bahsedilen Varshney vd. (2019)'deki çalışması ile  $r - s$  düzlem evriminin  $\Lambda$ CDM noktasına yönelme eğilimi açısından; V. Srivastava ve Kumar Sharma (2020) çalışması ile de  $r - s$  eğrisinin quintessence bölgesinde değişerek  $\Lambda$ CDM noktasına yönelmesi ve  $r - q$  eğrisinin ise de Sitter noktasına evrilmesi yönünden son derece benzer davranışlar göstermektedir. Sonuç olarak, THDE modeli Bianchi-I evreninde incelenmemiş olup ilk olarak bu çalışmada araştırılmıştır. Oluşturulan modelin gözlemlere dayalı olarak genişleyen evrene uyum sağlaması sebebiyle literatüre katkısı vardır.

## KAYNAKLAR

- Aghanim, N., ve et al. (2020). "Planck 2018 results: Vi. cosmological parameters". *Astronomy and Astrophysics*, 641, A6. doi: 10.1051/0004-6361/201833910
- Aktaş, C. (2019). "Various dark energy models for variables  $G$  and  $\Lambda$  in  $f(R, T)$  modified theory". *Modern Physics Letters A*, 34, 1950098/. doi: 10.1142/S0217732319500986
- Alam, U., Sahni, V., Deep Saini, T., ve Starobinsky, A. A. (2003). "Exploring the expanding Universe and dark energy using the statefinder diagnostic". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 344(4), 1057-1074.
- Arora, S., Bhattacharjee, S., ve Sahoo, P. K. (2021). "Late-time viscous cosmology in  $f(R, T)$  gravity". *New Astronomy*, 82, 101452.
- Aygün, S. (2019). "Various dark energy models with time-varying  $G$  and  $\Lambda$  in  $f(R, T)$  gravitation theory". *Modern Physics Letters A*, 34, 1950280. doi: 10.1142/S0217732319502808
- Barrow, J. D. (2020). "The area of a rough black hole". *Physics Letters B*, 808, 135643.
- Bennett, C. L., Halpern, M., Hinshaw, G., Jarosik, N., Kogut, A., Limon, M., ... Weiland, J. L. (2003). "First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Preliminary Maps and Basic Results". *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 148(1), 1-27. doi: 10.1086/377253
- Bharali, J., ve Das, K. (2020). "*Kantowski-Sachs Cosmological Model With Tsallis Holographic Dark Energy In  $F(R, T)$  Theory Of Gravity*".
- Bharali, J., ve Das, K. (2021). "Modified Renyi Holographic Dark Energy (MRHDE) in  $f(R, T)$  Theory of Gravity". *Astrophysics*, 64(4), 512-528.
- Chandra Dubey, V., Kumar Mishra, A., Srivastava, S., ve Kumar Sharma, U. (2020). "Tsallis holographic dark energy models in axially symmetric space time". *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 17(01), 2050011.
- Chen, S., ve Jing, J. (2009). "Dark energy model with higher derivative of Hubble parameter". *Physics Letters B*, 679(2), 144-150.
- Cohen, A. G., Kaplan, D. B., ve Nelson, A. E. (1999). "Effective Field Theory, Black Holes, and the Cosmological Constant". *Physical Review Letters*, 82, 4971-4974.
- Cunha, J. V. (2009). "Kinematic constraints to the transition redshift from supernovae type Ia union data". *Physical Review D*, 79, 047301.
- Dixit, A., Sharma, U. K., ve Pradhan, A. (2019). "Tsallis holographic dark energy in FRW universe with time varying deceleration parameter". *New Astronomy*, 73, 101281. doi:

10.1016/j.newast.2019.101281

- Einstein, A. (1917). "On the special and general theory of relativity". *CPAE (English translation)*, 6, 247–420.
- Einstein, A. (1923). Kosmologische betrachtungen zur allgemeinen relativitätstheorie. *Das relativitätsprinzip: Eine sammlung von abhandlungen* (s. 130–139) içinde. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag. Erişim adresi: [https://doi.org/10.1007/978-3-663-19510-8\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-663-19510-8_9) doi: 10.1007/978-3-663-19510-8\_9
- Ens, P. S., ve Santos, A. F. (2020). "f(R) gravity and Tsallis holographic dark energy". *Europhysics Letters*, 131(4), 40007.
- Gao, C., Wu, F., Chen, X., ve Shen, Y.-G. (2009). "Holographic dark energy model from Ricci scalar curvature". *Physical Review D*, 79(4), 043511.
- Ghaffari, S. (2022). "Kaniadakis holographic dark energy in BransDicke cosmology". *Modern Physics Letters A*, 37(23), 2250152.
- Godonou, A. E., Houndjo, M. J. S., ve Tossa, J. (2017). "Holographic dark energy model in unimodular  $f(T)$  gravity". *arXiv e-prints*, arXiv:1711.01923.
- Granda, L. N., ve Oliveros, A. (2009). "New infrared cut-off for the holographic scalar fields models of dark energy". *Physics Letters B*, 671(2), 199-202.
- Harko, T., Lobo, F. S. N., Nojiri, S., ve Odintsov, S. D. (2011). " $f(R, T)$  gravity". *Physical Review D*, 84(2), 024020. doi: 10.1103/PhysRevD.84.024020
- Hinshaw, G., ve et al. (2013). "Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results". *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 208(2), 19. doi: 10.1088/0067-0049/208/2/19
- Houndjo, M. J. S., ve Piattella, O. F. (2012). "Reconstructing f(R, t) Gravity from Holographic Dark Energy". *International Journal of Modern Physics D*, 21(3), 1250024. doi: 10.1142/S0218271812500241
- Huang, Q., Huang, H., Xu, B., Tu, F., ve Chen, J. (2021). "Dynamical analysis and statefinder of Barrow holographic dark energy". *European Physical Journal C*, 81(8), 686.
- Hubble, E. (1929). A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the national academy of sciences*, 15(3), 168–173.
- Jawad, A., Aslam, A., ve Rani, S. (2019). "Cosmological implications of Tsallis dark energy in modified Brans–Dicke theory". *International Journal of Modern Physics D*, 28(11), 1950146.
- Kaniadakis, G. (2002). "Statistical mechanics in the context of special relativity". *Physical Review E*, 66(5), 056125. doi: 10.1103/PhysRevE.66.056125

- Kaniadakis, G. (2005). "Statistical mechanics in the context of special relativity. II.". *Physical Review E*, 72(3), 036108. doi: 10.1103/PhysRevE.72.036108
- Komatsu, E., Dunkley, J., Nolta, M. R., Bennett, C. L., Gold, B., Hinshaw, G., ... Wright, E. L. (2009). "Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Cosmological Interpretation". *Astrophysical Journal Supplement Series*, 180(2), 330-376. doi: 10.1088/0067-0049/180/2/330
- Korunur, M. (2019). "Tsallis holographic dark energy in Bianchi type-III spacetime with scalar fields". *Modern Physics Letters A*, 34(37), 1950310.
- Koussour, M., Shekh, S. H., Filali, H., ve Bennai, M. (2022). "Barrow holographic dark energy models in  $f(Q)$  symmetric teleparallel gravity with Lambert function distribution". *arXiv e-prints*, arXiv:2209.00341.
- Li, M. (2004). "A model of holographic dark energy". *Physics Letters B*, 603(1-2), 1-5. doi: 10.1016/j.physletb.2004.10.014
- Moradpour, H., Moosavi, S. A., Lobo, I. P., Graça, J. P. M., Jawad, A., ve Salako, I. G. (2018). "Thermodynamic approach to holographic dark energy and the Rényi entropy". *European Physical Journal C*, 78(10), 829.
- Moradpour, H., Ziaie, A. H., ve Zangeneh, M. K. (2020). "Generalized entropies and corresponding holographic dark energy models". *European Physical Journal C*, 80(8), 732.
- Newton, I. (1687). *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. doi: 10.3931/e-rara-440
- Pacif, S. K. J., Myrzakulov, R., ve Myrzakul, S. (2017). "Reconstruction of cosmic history from a simple parametrization of  $H$ ". *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 14(7), 1750111-586. doi: 10.1142/S0219887817501110
- Pasqua, A., Chattopadhyay, S., ve Myrzakulov, R. (2013). "A dark energy with higher order derivatives of  $H$  in the modified gravity  $f(R, T)$ ". *arXiv e-prints*, arXiv:1306.0991.
- Paul, B. C., Roy, B. C., ve Saha, A. (2022). "Bianchi-I anisotropic universe with Barrow holographic dark energy". *European Physical Journal C*, 82(1), 76.
- Pavón, D., ve Zimdahl, W. (2005). "Holographic dark energy and cosmic coincidence". *Physics Letters B*, 628(3-4), 206-210. doi: 10.1016/j.physletb.2005.08.134
- Pawar, D. D., Mapari, R. V., ve Agrawal, P. K. (2019). "A modified holographic Ricci dark energy model in  $f(R, T)$  theory of gravity". *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 40(2), 13.
- Peebles, P. J. E., ve Ratra, B. (2003). "The cosmological constant and dark energy". *Reviews of Modern Physics*, 75, 559-606.

- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., Knop, R. A., Nugent, P., Castro, P. G., ... Project, T. S. C. (1999). "Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 High-Redshift Supernovae". *Astrophysical Journal*, 517(2), 565-586.
- Planck Collaboration, Ade, P. A. R., Aghanim, N., Armitage-Caplan, C., Arnaud, M., Ashdown, M., ... Zonca, A. (2014). Planck2013 results. xvi. cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 571, A16.
- Pradhan, A., ve Dixit, A. (2021). "Tsallis holographic dark energy model with observational constraints in the higher derivative theory of gravity". *New Astronomy*, 89, 101636.
- Rényi, A., ve Vekkerdi, L. (1970). *Probability Theory*. North-Holland Publishing Company.  
Erişim adresi: [https://books.google.gr/books?id=WUN\\\_yAEACAAJ](https://books.google.gr/books?id=WUN\_yAEACAAJ)
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., Clocchiatti, A., Diercks, A., Garnavich, P. M., ... Tonry, J. (1998). "Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant". *Astronomical Journal*, 116(3), 1009-1038.
- Saridakis, E. N., Bamba, K., Myrzakulov, R., ve Anagnostopoulos, F. K. (2018). "Holographic dark energy through Tsallis entropy". *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018(12), 012–012. doi: 10.1088/1475-7516/2018/12/012
- Sarma, N. (2021). "Bianchi type-I cosmological model with Tsallis holographic dark energy in f(R,T) theory of gravity". *Indian Journal of Science and Technology*, 14, 1468-1476. doi: 10.17485/IJST/v14i18.581
- Shaikh, A. Y. (2021). *Diagnosing Renyi and Tsallis Holographic Dark Energy Models with Hubble's Horizon Cutoff*". arXiv.
- Shaikh, A. Y., ve Wankhade, K. S. (2021). "Panorama Behaviors of Holographic Dark Energy Models in Modified Gravity". *Foundations of Physics*, 51(3), 58.
- Sharma, U. K., Srivastava, S., ve Beesham, A. (2020). "Swampland criteria and cosmological behavior of Tsallis holographic dark energy in Bianchi -III Universe". *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 17(7), 2050098. doi: 10.1142/S021988782050098X
- Sharma, U. K., ve Srivastava, V. (2021). "Reconstructing Tsallis holographic quintessence". *Modern Physics Letters A*, 36(31), 2150221. doi: 10.1142/S0217732321502217
- Singh, C. P., ve Kumar, A. (2020). "Quintessence behavior via matter creation cosmology". *European Physical Journal C*, 80(2), 106. doi: 10.1140/epjc/s10052-020-7679-2
- Sireesha, K. V. S., ve Velagapudi, U. M. R. (2019). "Modified Holographic Ricci Dark energy Cosmological Models in f (R, T) Gravity". *Journal of Physics: Conference Series*, 1344, 012028.

- Srivastava, S., Dubey, V., ve Sharma, U. (2020). "Statefinder diagnosis for Tsallis agegraphic dark energy model with  $\omega$   $\omega$  pair". *International Journal of Modern Physics A*, 35, 2050027.
- Srivastava, V., ve Kumar Sharma, U. (2020). "Statefinder hierarchy for Tsallis holographic dark energy". *New Astronomy*, 78, 101380.
- Tavayef, M., Sheykhi, A., Bamba, K., ve Moradpour, H. (2018). "Tsallis holographic dark energy". *Physics Letters B*, 781, 195–200. doi: 10.1016/j.physletb.2018.04.001
- Tsallis, C., ve Cirto, L. J. L. (2013). "Black hole thermodynamical entropy". *European Physical Journal C*, 73(7). doi: 10.1140/epjc/s10052-013-2487-6
- Varshney, G., Sharma, U., ve Pradhan, A. (2020). "Reconstructing the k-essence and the dilation field models of the THDE in f(R, T) gravity". , 135(7), 541.
- Varshney, G., ve Sharma, U. K. (2021). "Tsallis Holographic Dark Energy in Bianchi Type-III Universe with GO Horizon Cut Off". *Iran J Sci Technol Trans A Sci*, 46, 343-352.
- Varshney, G., Sharma, U. K., ve Pradhan, A. (2019). "Statefinder diagnosis for interacting Tsallis holographic dark energy models with  $\omega$   $\omega$  pair". *New Astronomy*, 70, 36-42.
- Zubair, M., ve Durrani, L. R. (2021). "Exploring tsallis holographic dark energy scenario in f(R,T) gravity". *Chinese Journal of Physics*, 69, 153-171. doi: 10.1016/j.cjph.2020.11.024