



T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

**$f(R, T)$ TEORİDE
SKALER ALANLARIN İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

YASEMİN KABAOĞLU

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Can AKTAŞ

ÇANAKKALE – 2023



T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

$f(R, T)$ TEORİDE
SKALER ALANLARIN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

YASEMİN KABAOĞLU

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Can AKTAŞ

ÇANAKKALE – 2023

ETİK BEYAN

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kuralları'na uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında; tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı, bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu, bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi taahhüt ve beyan ederim.

Yasemin KABAOĞLU

09/01/2023

TEŞEKKÜR

Bu tezin gerçekleŐtirilmesinde, çalıŐmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen saygı değer danışman hocam Doç. Dr. Can AKTAŞ, alıŐma sÜresince tÜm zorlukları benimle göğüsleyen ve hayatımın her evresinde bana destek olan değerli aileme sonsuz teŐekkürlerimi sunarım.

Yasemin KABAOğLU
anakkale, Ocak 2023



ÖZET

$f(R, T)$ TEORİDE SKALER ALANLARIN İNCELENMESİ

Yasemin KABAOĞLU

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Can AKTAŞ

09/01/2023, 33

Bu çalışmada, homojen-anizotrop evren modeli Bianchi- I ve homojen-izotrop Friedmann-Robertson-Walker (FRW) evreni için $f(R, T)$ yerçekiminde kütsüz ve kütleli skaler alan modellerinin davranışı araştırılmıştır. Bu kozmolojik modeller ,sabit ve üstel skaler potansiyel modeller ile incelenilmiştir. Son olarak davranışlar, elde edilen sonuçlara göre grafikler yardımıyla tartışılmıştır ve ek olarak bulunan sonuçlar Genel Rölativite Teorisinde (GRT) yorumlanmıştır.

Anahtar sözcükler: $f(R, T)$ Teori, Bianchi- I Evren Modeli, FRW Evren modeli, Kütleli ve Kütsüz Skaler Alan

ABSTRACT

INVESTIGATION OF SCALAR FIELDS IN $f(R, T)$ THEORY

Yasemin KABAOĞLU

Çanakkale Onsekiz Mart University

School of Graduate Studies

Master of Science Thesis in Department of Mathematics

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Can AKTAŞ

01/09/2023, 33

In this study, the behavior of massless and massive scalar field models in $f(R, T)$ gravity for homogeneous-anisotropic universe model Bianchi- I and homogeneous-isotropic Friedmann-Robertson-Walker (FRW) universe was investigated. These cosmological models are studied with constant and exponential scalar potential models. Finally, the behaviors were discussed with the help of graphs according to the results obtained, additionally, the results were interpreted in the General Relativity Theory (GRT).

Keywords: $f(R, T)$ Theory, Bianchi- I Universe Model, FRW Universe Model, Massive and Massless Scalar Field

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
JÜRİ ONAY SAYFASI	i
ETİK BEYAN	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

İKİNCİ BÖLÜM

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ARAŞTIRMA YÖNTEMİ/MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. $f(R, T)$ Teori	8
3.2. Kütleli Skaler Alan.....	9
3.3. Kütleli Skaler Alan.....	10
3.4. Kinematik Nicelikler	10
3.5. Bianchi-I Evren Modeli	12
3.6. FRW Evren Modeli	12

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

4.1. Bianchi I Evren Modeli İncelemesi	13
4.1.1. Kütleli Skaler Alan için Çözümler	13
4.1.1.1 $V(\phi) = V_0$ modeli.....	14
4.1.1.2 $V(\phi) = V_0 e^{-\gamma\phi(t)}$ modeli.....	14
4.1.2. Kütleli Skaler Alan için Çözümler	15
4.2. FRW Evren Modeli İncelemesi	16
4.2.1. Kütleli Skaler Alan için Çözümler	16

4.2.1.1 $V(\phi) = V_0$ modeli	17
4.2.1.2 $V(\phi) = V_0 e^{-\gamma\phi(t)}$ modeli	17
4.2.2. Kütleli Skaler Alan için Çözümler	18

BEŞİNCİ BÖLÜM SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Bianchi-I ve FRW Evreni için Sonuçlar	19
5.2. Kinematik Nicelikler için Çözümler	25
5.3. Genel Rölativite Teorisi için Sonuçlar	26
KAYNAKLAR.....	29
ÖZGEÇMİŞ	I



SİMGELER VE KISALTMALAR

SA	Kütlesiz skaler alan
KSA	Kütleli skaler alan
L	Lagrangian
g_{ij}	Metrik tensör
R	Ricci skaleri
R_{ij}	Ricci tensörü
T_{ij}	Enerji-momentum tensörü
T	Enerji-momentum tensörünün izi
\square	d'Alambert operatörü
∇_α	Kovaryant türev
Λ	Kozmolojik terim
H	Hubble parametresi
ϕ	Skaler alan fonksiyonu
$V(\phi)$	Kendi kendine etkileşen skaler alan potansiyeli
θ	Genişleme parametresi
q	Frenleme parametresi
$\dot{\phi}^2$	Kinetik enerji
η	Sıfır dönüşlü parçacığın kütlesi
\hbar	Planck sabiti

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil No	Şekil Adı	Sayfa No
Şekil 1.	Bianchi-I evreninde SA için A, B ve C metrik potansiyellerinin zamana göre değişimi.....	20
Şekil 2.	Bianchi-I evreninde KSA için A, B ve C metrik potansiyellerinin zamana göre değişimi.....	20
Şekil 3.	FRW evreninde $V(\phi) = V_0$ için A metrik potansiyelinin zamana göre değişimi.	21
Şekil 4.	FRW evreninde $V(\phi) = V_0 e^{-\gamma\phi(t)}$ için A metrik potansiyelinin zamana göre değişimi.....	22
Şekil 5.	FRW evreninde KSA için A metrik potansiyelinin zamana göre değişimi.	22
Şekil 6.	Bianchi-I evreninde SA için kinetik enerjinin zamana göre değişimi...	23
Şekil 7.	Bianchi-I evreninde KSA için kinetik enerjinin zamana göre değişimi	23
Şekil 8.	FRW evreninde $V(\phi) = V_0 e^{-\gamma\phi(t)}$ için kinetik enerjinin zamana göre değişimi.	24
Şekil 9.	FRW evreninde KSA için kinetik enerjinin zamana göre değişimi.	24
Şekil 10.	Hubble parametresinin zaman göre değişimi	25
Şekil 11.	Genişleme skalerinin zamana göre değişimi	25
Şekil 12.	Frenleme parametresinin zamana göre değişimi.....	26

BİRİNCİ BÖLÜM

GİRİŞ

Evrenin nasıl oluştuğu, nasıl evrimleştiği, sonunun nasıl olacağı gibi sayısız sorular yüzyıllardır insanoğlu için merak konusu olmuştur. İnsanoğlu bu sorulara yanıt bulabilmek için matematiksel modelleri kullanarak çeşitli teoriler ortaya atmıştır. Evrenin tanımlayabildiğimiz %4'lük kısmında bulunan maddeler dışında, %23'lük kısmının karanlık madde ve %73'lük kısmının karanlık enerjiden oluştuğu düşünülmektedir. Bu düşüncelerden dolayı kozmoloji, bilim insanları için ilgi çekici hale gelmiştir. Günümüze kadar evrenin başlangıcı ile ilgili görüşler öne sürülmesine rağmen günümüzde Büyük Patlama (Big Bang) teorisi evrenin başlangıcı olarak kabul edilmektedir. Evrenin ilk zamanlarında birlikte bulunan dört temel kuvvet günümüzdeki gibi ayırt edilememektedir. Bu kuvvetler Plank çağı olarak bilinen ilk evrede (10^{-43} saniye) birarada bulunmaktaydı. Kütle çekim kuvveti bu çağdan sonra diğer kuvvetlerden ayrıldı. Evrenin hacmi şişme döneminde ($10^{-35} \leq t \leq 10^{-32}$) artmıştır ve bu dönemden sonra güçlü kuvvet diğer kuvvetlerden ayrılmıştır. Zayıf kuvvet ve elektromanyetik kuvvet de 10^{-12} saniyede ayrılmıştır (Aktaş, 2008). Maddeler arası simetri dengesi evrenin soğumasıyla bozulmuştur.

Büyük Patlama teorisi, Einstein'ın genel rölativite teorisi (GRT) ve kozmolojik sabit ilkesi olmak üzere iki kabule dayanmaktadır. Aslında Newton'un gravitasyon teorisi, gravitasyonu matematiksel açıdan iyi bir şekilde ifade eden ilk teoridir. Fakat gök cisimlerinin yörüngelerini belirlemede ve yeryüzü hareketlerinin incelenmesinde başarılı olmasına rağmen gravitasyonel alanda kırmızıya kayma, Merkür'ün enberi noktasının kayması ve ışığın sapması gibi bir çok konuyu açıklayamamıştır. Bu sebeple modern fizik bu konuları açıklamada başarılı olabilmek için ortaya çıkmıştır ve modern fizikte önemli buluşlardan biri olan GRT Einstein tarafından önerilmiştir. GRT; ışığın sapması, gezegenlerin perihelinin ilerlemesi, gravitasyonel alanda kırmızıya kayma ve Merkür'ün enberi noktasının kayması gibi konuları en iyi şekilde açıklayan teoridir. Einstein, bu teorisinde evrendeki madde ile geometri arasındaki ilişkiyi açıklamaya çalışmıştır ve madde ile geometrinin birbirini etkilediğini öne sürmüştür.

GRT ortaya atıldığında evrenin genişlediği düşünülmüyordu. Einstein bunu sağlamak için denklemlerine kozmolojik sabiti eklemiştir fakat daha sonra bu sabitin olmaması gerektiğini düşünerek denklemlerden çıkarmıştır. Daha sonra evrenin genişlemesinin yavaşladığı düşünüldükten yavaşlama miktarını ölçmek için frenleme (yavaşlama) parametresi ortaya atılmıştır. Fakat Edwin Hubble yaptığı gözlemler

sonucunda Hubble Yasasına göre galaksiler arasındaki mesafe arttığına göre ilk zamanlarda bir arada bulunmaları gerektiği çıkarımını yapmıştır. Bu çıkarım Büyük Patlama teorisini desteklemektedir. Yani, Hubble gözlemleriyle evrenin genişlediğini kanıtlamıştır (Hubble, 1929). Daha sonra Riess ve Perlmutter'in de içinde bulunduğu birbirinden bağımsız iki araştırma grubu 1998 ve 1999 yıllarında evrenin ivmelenerek genişlediğini gözlemleriyle kanıtlamışlardır (Riess ve diğerleri, 1998)(Perlmutter ve diğerleri, 1999). Yapılan gözlemler sonucunda evrenin genişlemesinin kaynağının karanlık madde ve karanlık enerji olduğu düşünüldü. GRT karanlık enerjiyi açıklama konusunda yetersiz kaldığından alternatif teoriler önerilmiştir. Bunlar geç ivme ve erken şişmenin doğal bir kombinasyonunu sağlayan $f(R)$ teori(Capozziello ve Francaviglia, 2008)(Nojiri ve Odintsov, 2011), $f(G)$ teori(Nojiri, Odintsov, ve Sami, 2006) ve $f(T)$ teori(Linder, 2010) (T , evrenin hızlanan genişlemesini açıklamak için önerilen burulmadır) gibi modifiye teorilerdir. Daha sonra Harko, Lobo, Nojiri, ve Odintsov (2011), kütleçekimsel Lagrange'ın Ricci skaleri (R) ve enerji-momentum tensörünün izini (T) içeren $f(R, T)$ yerçekimi olarak bildiğimiz modifiye edilmiş bir teori önerdiler. Bilim adamları, çeşitli evren modellerini kullanarak $f(R, T)$ teoriiyi incelemişler.

Evrenin planck çağından çıktığı çok erken zamanlarda, evrenin evriminin şişmeli genişlemesi fikri 1980'lerin başında önerildi ve standart Büyük Patlama teori modelinin gerekli bir aşaması olarak daha popüler hale geliyor. Ufuk, düzlük ve maddenin büyük ölçekli dağılımı problemi, fizikçileri bir şeylerin ciddi şekilde yanlış olduğu konusunda derin bir kavrayışa götürdü. Gizemi çözmeye yardımcı olabilecek tek mantıklı sonuç, evriminin erken bir aşamasında evrenin katlanarak hızla genişlemek zorunda olduğuydu. Ufuk problemini çözenin tek yolu buydu (uzayın şu anda ayırık olan bölgeleri, süper hızlı genişlemeden ve müteakip milyarlarca yıllık standart FLRW dinamikleri onları birbirinden kalıcı olarak ayırmadan önce aslında birbirleriyle temas halindeydiler. Ancak ne tür bir alanın bu tür dinamikleri üretebildiği bilinmiyordu. Guth (1981) olası sorumluyu skaler alan olarak tanımlamıştır. Starobinsky (1980), Guth (1981), Linde (1982), Albrecht ve Steinhardt (1982)'nin ilk çalışmaları, evrenin çok erken evrelerinde kuantum düzeltmelerine ve faz geçişlerine dayanan fiziksel mekanizmayı içerir. Üstel (de Sitter) genişleme, standart Big Bang teori modelinin uzun süredir devam eden problemlerini çözmeye yardımcı olan şişme modellerin özelliğidir: ufuk, düzlük, homojenlik ve izotropi ve diğer bazı problemler. Linde (1983) tarafından önerilen kaotik şişme senaryosu, çok erken evrende yüksek sıcaklıkta faz geçişi teorisine dayanmadığı için önceki diğer versiyonlardan farklıdır, ancak skaler alan potansiyelinin minimumuna yavaşça inen yerel

olarak homojen skaler alanı içerir. Bu öneriden sonra, Friedmann dünyasında yerçekiminin kaynağı olarak kendi kendine etkileşen bir skaler alanla bağlantılı şişen evren üzerine birçok araştırma yapıldı. Şişme kozmolojisinde skaler bir alanın incelenmesiyle ilgili bazı ilginç çalışmalardan kısaca bahsedelim. Belinsky, Khalatnikov, Grishchuk, ve Zeldovich (1985), Piran ve Williams (1985)'in yaptığı çalışmalarda kütleli skaler alana sahip homojen izotropik kozmolojik modeller incelenmiştir. Şişirme aşamalarının, ele alınan modeldeki çoğu çözümün oldukça genel bir özelliği olduğu gösterilmiştir. Piran (1986)'in çalışmasında enflasyonun genel koşulları araştırıldı. Bir skaler alanın genliği için alt sınırın altında, evrenin doğal olarak bir şişme fazına girdiği ve bu fazdan çıktığı bulundu.

Önemli olan, bu tür davranışların polinom, logaritmik veya üstel olan çok çeşitli skaler potansiyeller altında gerçekleşmesidir. Enflasyon için skaler bir alanın gerekli olduğu da belirtildi (Piran, 1986); bir vektörün veya başka bir skaler olmayan alanın enflasyona yol açması olası değildir. Halliwell (1987)'nin çalışmasında parçacık fiziğindeki skaler potansiyeller ile kozmolojidekiler arasındaki fark vurgulanmıştır. Yazar şöyle yazdı: "... parçacık fiziğinin hangi teorisinin evreni en erken tanımladığını gerçekten bilmiyoruz. Bu nedenle, $V(\phi)$ biçimi konusunda açık fikirli olunmalıdır." Halliwell üstel potansiyeli seçti ve bunun powerlaw enflasyonu ile çözüme götürdüğünü ve bu çözümün bir çekici olduğunu gösterdi. Lucchin ve Matarrese (1985)'nin araştırmasında power-law enflasyonunun detaylı incelemeleri yapılmıştır. Yazarlar; ufuk, düzlük, yeniden ısıtma ve pertürbasyon-spektrum problemlerini çözmeye gerekliliğinden gelen model üzerindeki kısıtlamaları bulmuşlardır. Ayrıca bu kısıtların uygun bir şekilde karşılanabileceği belirtilmiştir. Barrow (1987) tarafından yapılan çalışmada üstel potansiyelle sahip tam bir power-law şişirme çözümü verilmiştir. Kozmolojide doğrusal olmayan skaler alan için kesin çözümler bulan Ivanov (1981) tarafından yürütülen araştırmadan da bahsedelim. Elde ettiği çözümler polinom, trigonometrik ve üstel potansiyelleri içeriyordu. Daha sonra kesin çözümler aramak için kullandığı yöntem Hamilton-Jacobi benzeri yaklaşım adı verildi. Gözlemsel bakış açısından, gözlemsel verilerle ilişkilendirilebilecek sonuçların çoğu, kozmolojik dinamik denklemlerin sözde yavaş yuvarlanan yaklaşımından elde edilmiştir (Linde, 1982),(Albrecht ve Steinhardt, 1982).

Mükemmel akışkan stres-enerji tensörüne dayanan skaler alan kozmolojisi ile kozmoloji arasındaki doğrudan bağlantıdan bahsedilmesi gerekir. Bu bağlantı, toz maddesi durumu dışında her zaman geçerlidir. Bu nedenle, yerçekiminin kaynağı olarak mükemmel sıvı için kesin çözümler durumunu dahil ettik. Şişme kozmolojisinde kesin çözümlerin inşası, Muslimov (1990)'ın çalışmasıyla başladı. Barrow (1990), kozmolojik dinamik

denklemleri basınç-yoğunluk ilişkisi açısından tam olarak çözümlenmenin basit bir yolunu buldu. Bu şekilde, genişleme ölçeği faktörünün kozmik zaman koordinatının bazı kuvvetlerinin üssü olarak arttığı bilinen güç yasası ve de Sitter şişme biçimlerini ve yeni davranış sınıflarını elde etti. Çift üstel law çözümü de elde edilmiştir. Ellis ve Madsen (1991)'in çalışması, "ters problem" in kozmoloji çerçevesinde ele alındığı ilk çalışmadır. Genellikle, yüksek enerji fiziğinden, çok erken evrendeki skaler potansiyeli bildiğimiz öne sürülür, ölçek faktörünü ve skaler alanı zamandaki fonksiyonlar olarak bulmamız istenir. Ancak Ellis ve Madsen (1991) verilen ölçek faktöründen başlamayı önermiştir. Gerçekten de, ölçek faktörünün gözlemsel verilerden bulunabileceği açıktır. O zaman kozmolojik denklemlerden potansiyel ve skaler alanı bulmak için bu gerçeği dikkate alabiliriz. Bu çalışma yapıldı ve saf skaler alan için kesin çözüm örnekleri sunuldu.

Olive (1990), skaler alan potansiyelinin ani şişme sırasında dinamik bir vakum enerjisi gibi davrandığını göstermiştir. Bu aynı zamanda, evreni boşluk enerjisinin geç zamandaki ivmelenmiş genişlemesinde açıklamak için önerilen gelişen modellerde de görülmektedir (Bertolami, 1986),(Ratra ve Peebles, 1988),(Caldwell, Dave, ve Steinhardt, 1998). Anormal ivmenin kaynağının da skaler alan olabileceği öne sürülmüştür (Bertolami ve Páramos, 2004). Ayrıca ufuk problemini çözmeye yardımcı olduğu varsayılmaktadır. Skaler alanlar, yerçekimi modellerinin genellemelerini gözlemsel olarak test etmek için bazı olanaklar sağlar.

Bu tez çalışmasında, Bianchi tip-I ve FRW evren modeli için $f(R, T)$ yerçekiminde kütleli skaler alan (SA) ve kütleli skaler alan (KSA) modellerinin davranışını inceledik. Skaler alanların fizik ve kozmolojide temel ve önemli bir yeri olduğu kabul edilir. Bu nedenle birçok araştırmacının ilgisini çekmektedir. Kozmolojide, evrenin erken aşamasını tanımlamak için en önemli evren modelleri homojen ve anizotropik olanlardır (Kilinç, 1994). Çünkü izotropik modeller evrenin erken evrelerini tanımlamak için yeterli değildir. Anizotropik modeller, hızlandırılmış genişlemeden ve evrenin izotropizasyonundan sorumlu mekanizmayı anlamaya yardımcı olur (Katore ve Hatkar, 2016). Genel görelilik ve alternatif çekim teorilerinde, evrenin homojen ve anizotropik modellerini oluşturmak için Bianchi gibi modelleri kullanmak daha uygundur. Fakat günümüz evreni büyük ölçekte homojen ve izotropiktir. Bu sebeple günümüz evrenini en iyi modelleyen evren modeli FRW'dir.

İKİNCİ BÖLÜM

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

GRT'ye alternatif olarak ortaya atılan teorilerden biri olan olan $f(R, T)$ teori ile ilgili yapılan çalışmaları inceleyelim:

Ramesh ve Umadevi (2016), lineer olarak değişen yavaşlama parametresi ile mükemmel bir sıvı kaynağının varlığında bir Friedmann-Robertson-Walker (FRW) kozmolojik modeli üzerinde çalışmışlardır. Aygün, Aktaş, ve Yılmaz (2016), FRW evreni için manyetize edilmiş acayip kuark madde çözümlerini kozmolojik terim Λ ile incelemiştir. Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) metriğinde manyetize kuark madde ve acayip kuark madde dağılımları Nagpal, Singh, ve Aygün (2018) tarafından incelenmiştir. Katore ve Hatkar (2016), $f(R, T) = R + 2\mu T$ modelinin çerçevesinde Kantowski-Sachs ve Bianchi-III evren modelleri için domain wallların davranışını araştırdılar. Bhardwaj ve Pradhan (2022), Λ ile birlikte karanlık enerji için çalışmışlardır. Myrzakulov (2012), $f(R, T)$ teorisini inceleyerek bu açıdan çeşitli metrikler ve madde dağılımlarını araştırmıştır. Sofuoğlu (2016), Bianchi-IX evreni için ideal akışkan madde dağılımını incelemiştir. Ayrıca Gödel evren modelini ele alarak alan denklemlerinin tam çözümlerini elde etmiştir (Sofuoğlu, 2019). Manyetize acayip kuark madde çözümleri Aktaş ve Aygün (2017) tarafından tartışılmıştır. $f(R, T) = R + 2f(T)$ için Sahoo ve Reddy (2018) bulk viskozla birlikte $f(R, T)$ yi çalıştılar. Termodinamiğin ikinci yasası Momeni, Moraes, ve Myrzakulov (2016) tarafından $f(R, T)$ ile elde edilmiştir.

Homojen ve anizotrop olan evren modelimiz Bianchi-I metriği ile ilgili yapılan çalışmaları inceleyelim: Shamir, Jhangeer, ve Bhatti (2012b), $f(R, T)$ teori bağlamında Bianchi-I ve V uzayzamanlarının kesin çözümlerini araştırmışlardır. Sabit yavaşlama parametresinin varsayımı ve Hubble parametresinin değişim yasasını kullanarak her durumda iki kesin çözüm bulmuşlardır. Gaikwad, Borkar, ve Charjan (2011) tarafından manyetize sicim, GRT çerçevesinde incelenmiştir. Şen ve Aygün (2017), Lyra manifoldunda Einstein alan denklemlerini kuadratik durum denklemi $p = ap(t)^2 - p(t)$ ve Bianchi-I evren modelinin anaizotropi özelliğini kullanarak çözmüşlerdi. Burada $a \neq 0$ önemli bir sabittir. Adhav, Gadodia, ve Bansod (2011), Hayle-Narlikar C-field kozmolojisinde sabit yavaşlama parametresine sahip ve mükemmel sıvı ile dolu yerel olarak dönele simetrik (LRS) Bianchi-I metriğini incelemiştir.

Homojen ve izotrop olan evren modelimiz FRW metriği ile ilgili yapılan çalışmaları inceleyelim: Hussain, Jamil, ve Mahomed (2012) $f(R)$ power-law modelinin Noether

simetrisini araştırmışlardır ve Noether simetrisinin sınır teriminin döz FRW evreni için yok olduğunu, ancak Shamir, Jhangeer, ve Bhatti (2012a) aynı model için sıfır olmayan sınır terimi belirlemişlerdir. Momeni, Myrzakulov, ve Güdekli (2015), $f(R, T)$ ve mimetik $f(R)$ yerçekiminde döz FRW evren modeli için Noether noktası simetrisinin varlığını tartışmışlardı. Sharif ve Ismat Fatima (2016), $f(G)$ yerçekiminde döz FRW evren modelinin hem vakum hem de vakum olmayan bölgeleri için Noether simetrilerini ve karşılık gelen korunan miktarları formüle etmişlerdir. Vakili (2008), Noether nokta simetrisinin yanı sıra korunan döz FRW evrenin miktarını bulmuştur ve $f(R)$ yerçekiminde öz faza göre etkili durum denklemi (EoS) parametresinin davranışını incelemiştir. Ramesh ve Umadevi Ramesh ve Umadevi (2016), $f(R, T)$ yerçekiminde lineer olarak değişen yavaşlama parametresi ile mükemmel bir sıvı kaynağının varlığında bir FRW kozmolojik modeli üzerinde çalışmışlardır. Mohanty ve Pradhan (1992) FRW modelinde çekici kütleli skaler alanları tartışmışlardır. Aygün, Aktaş, Sahoo, ve Bishi (2018) $f(R, T)$ teorideki FRW evren modeli için SA çözümlerini incelemişlerdir.

Kütleli ve kütleli skaler alan ile ilgili yapılan çalışmaları incelersek: $f(R, T)$ teoride, Sharif ve Zubair (2012) SA'nın varlığını Bianchi-I uzayzamanında incelemişlerdir. Sharif ve Nawazish (2017) $f(R, T)$ teorideki SA modellerini tartışmışlardır. Kantowski-Sachs evren modeli için, Santhi, Rao, ve Aditya (2017) $f(R, T)$ teorideki SA modellerini araştırmışlardır. Mükemmel akışkan ve yüksek türev teorisindeki SA, C. Singh ve Singh (2011) tarafından FRW modeli için elde edilmiştir. Kaluza-Klein evren modelinde SA karanlık enerji modellerinin yeniden oluşturulmasına yönelik çalışmalar Sharif ve Jawad (2013) tarafından yapılmıştır. $f(R, T)$ 'de Aktaş (2019), Kaluza-Klein evren modeli için kütleli skaler alan (SA) ve kütleli skaler alan (KSA) modellerinin davranışını kozmolojik terimle incelemiştir. Bianchi-V evreni için SA davranışı C. Singh ve Srivastava (2017) tarafından araştırılmıştır. Bianchi-I evren modeli için $f(R, T)$ SA çözümleri Solanke ve Karade (2017) tarafından elde edilmiştir. Daha sonra, Bianchi-I evren modeli için $f(R, T)$ teorisinde G. Singh, Bishi, ve Sahoo (2016) SA'ı ve zamanla değişen kozmolojik terimi incelemişlerdir. FRW modeli çerçevesinde $f(R, T)$ teorideki SA madde dağılımları V. Singh ve Singh (2015) tarafından incelenmiştir. Kara delik evren modellerinde KSA, Burko ve Khanna (2004) tarafından tartışılmıştır. Hod ve Piran (1998), Reissner Nordstrom uzay-zamanında bir KSA'nın yerçekimi çökmesini ve bozunmasını incelemişlerdir. Aygün, Aktaş, ve Yılmaz (2012) KSA çözümlerini Riemann ve Lyra geometrilerinde araştırmışlardır. Ayrıca KSA'nın SA'lara bozunduğunu da bulmuşlardır. KSA, Lyra geometrisindeki Bianchi-III evreni için J. Singh ve Rani (2015) tarafından sunulmuştur.

Naidu (2019), Bianchi-II için çekici bir KSA ile değiştirilmiş holografik Ricci karanlık enerji modeli üzerinde çalışmıştır. Bianchi-III evren modelinin dinamikleri, çekici KSA'nın huzurunda Aditya ve Reddy (2018) tarafından tartışılmıştır. GRT'de, Naidu, Aditya, ve Reddy (2019) Bianchi-V karanlık enerji modelini KSA'nın varlığında araştırmışlardır. Bianchi-V modeli için KSA, J. Singh (2009) tarafından Lyra geometrisinde çalışılmıştır. Sahu (2011) sıfır kütleli skaler alanla birleştirilmiş mükemmel sıvı dağılımı için eğilimli LRS Bianchi-I kozmolojik modelini araştırmıştır.



ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ARAŞTIRMA YÖNTEMİ/MATERYAL VE YÖNTEM

GRT'nin temel denklemleri evreni oluşturan madde dağılımıyla uzay-zaman geometrisinin arasındaki bağıntıyı tanımlayan Einstein alan denklemleridir. Bu denklemlerin sağ tarafı maddenin dağılımını ve sol tarafı da uzay-zaman geometrisini göstermektedir ve

$$G_{ij} \equiv R_{ij} - \frac{1}{2}Rg_{ij} + \Lambda g_{ij} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ij} \quad (3.1)$$

şeklindedir. Burada G_{ij} Einstein alan tensörü, R_{ij} ricci eğrilik tensörü, g_{ij} metrik tensör, R ricci eğrilik skaleri, Λ kozmolojik sabit, c ışık hızı, G gravitasyonel sabit ve T_{ij} enerji momentum tensörüdür (Einstein, 1915).

3.1. $f(R, T)$ Teori

Modifiye edilmiş $f(R, T)$ yerçekiminin etki fonksiyonu Harko ve diğerleri (2011) tarafından şu şekilde verilir:

$$S = \int \left(\frac{f(R, T) + 2\Lambda}{16\pi} + L_m \right) \sqrt{-g} d^4x, \quad (3.2)$$

burada L_m , skaler alanın Lagrangian maddesidir. $f(R, T)$ Ricci skalerinin (R) ve maddenin enerji-momentum tensörünün (T_{ij}) izi olan T 'nin keyfi bir fonksiyonu olarak temsil edilir (Harko ve diğerleri, 2011). T_{ij} şu şekilde tanımlanır:

$$T_{ij} = g_{ij}L_m - \frac{2\partial L_m}{\partial g^{ij}}. \quad (3.3)$$

S etki fonksiyonunun metrik tensör g_{ij} 'ya göre varyasyonundan, $f(R, T)$ yerçekiminin alan denklemleri şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f}{\partial R}R_{ij} - \frac{1}{2}f(R, T)g_{ij} + (g_{ij}\square - \nabla_i\nabla_j)\frac{\partial f}{\partial R} \\ & = 8\pi T_{ij} - \frac{\partial f}{\partial T}T_{ij} - \frac{\partial f}{\partial T}\Xi_{ij} + \Lambda g_{ij} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$\square = \nabla_i \nabla^i$, ∇_i kovaryant türevi ifade eder. Ayrıca Ξ_{ij} (Harko ve diğerleri, 2011) şöyledir:

$$\Xi_{ij} = -2T_{ij} + g_{ij}L_m - 2g^{kn} \frac{\partial^2 L_m}{\partial g^{ij} \partial g^{kn}}. \quad (3.5)$$

indekslerin daralmasını kullanarak (3.4) denklemini yeniden yazarsak

$$\frac{\partial f}{\partial R} R + 3\square \frac{\partial f}{\partial R} - 2f(R, T) = 8\pi T - \frac{\partial f}{\partial T} T - \frac{\partial f}{\partial T} \Xi + \Lambda g_{ij} \quad (3.6)$$

burada $\Xi = g^{ij} \Xi_{ij}$ dir (Harko ve diğerleri, 2011). (3.4) ve (3.6) denklemlerini kullanarak $f(R, T)$ gravitasyonel alan denklemlerini şu şekilde elde ederiz (Harko ve diğerleri, 2011):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f}{\partial R} \left(R_{ij} - \frac{1}{3} R g_{ij} \right) + \frac{1}{6} f(R, T) g_{ij} \\ &= 8\pi \left(T_{ij} - \frac{1}{3} T g_{ij} \right) - \frac{\partial f}{\partial T} \left(T_{ij} - \frac{T g_{ij}}{3} - \Xi_{ij} + \frac{\Xi g_{ij}}{3} \right) \\ & \nabla_i \nabla_j \frac{\partial f}{\partial R} + \Lambda g_{ij} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Alan denklemlerinin çözümleri için $f(R, T)$ teorisinin modellerinden biri olan $f(R, T) = R + 2h(T)$ modelini kullanacağız. $h(T) = \mu T$ fonksiyonunun özel seçimi için μ bir sabittir.

3.2. Kütlesiz Skaler Alan

Modifiye edilmiş alan denklemlerinin tam çözümlerini elde etmek için yerçekimi kaynağının yerçekimine bağlı skaler alan olduğunu varsayıyoruz. Daha sonra kütlesiz skaler alan enerji-momentum tensörü

$$T_{ij} = \varepsilon \partial_i \phi \partial_j \phi - \left[\frac{\varepsilon}{2} \partial_l \phi \partial^l \phi - V(\phi) \right] g_{ij} \quad (3.8)$$

tarafından verilir. Bu, $V(\phi)$ kendi kendine etkileşen skaler alan potansiyelini ve ϕ skaler alan fonksiyonu içerir. Burada $\varepsilon = -1$ fantom skaler alana ve $\varepsilon = 1$ normal skaler alana karşılık gelir. Skaler alan lagrangianı şu şekilde verilir (V. Singh ve Singh, 2015):

$$L_\phi = -\frac{1}{2} \varepsilon \dot{\phi}^2 + V(\phi). \quad (3.9)$$

Bundan sonra nokta, kozmik zaman t 'ye göre adi türevi gösterecektir. (3.5) denkleminde, (3.8) ve (3.9) denklemlerini kullanarak

$$\Xi_{ij} = -2T_{ij} - \left(\frac{1}{2} \varepsilon \dot{\phi}^2 - V(\phi) \right) g_{ij}. \quad (3.10)$$

elde ederiz. T_{ij} enerji-momentum tensörünün izi olan T

$$T = 4V(\phi) - \varepsilon \dot{\phi}^2 \quad (3.11)$$

ile verilir (V. Singh ve Singh, 2015).

3.3. Kütleli Skaler Alan

Kütleli Skaler alan için enerji-momentum tensörü şu şekilde verilir:

$$T_{ij} = \frac{1}{4\pi} \left[\partial_i \phi \partial_j \phi - \frac{1}{2} g_{ij} (\partial_l \phi \partial^l \phi - M^2 \phi^2) \right]. \quad (3.12)$$

Burada $M = \frac{2\pi\eta}{\hbar}$, η sıfır spinli parçacığın kütlesi ve \hbar Planck sabitidir (Aygün ve diğerleri, 2018)(J. Singh ve Ram, 1996). KSA'nın lagrangianı (L_{KSA})

$$L_{KSA} = \frac{1}{2} (\partial_l \phi \partial^l \phi - M^2 \phi^2) \quad (3.13)$$

şeklindedir. (3.5) denkleminde (3.13) denklemini kullanarak

$$\Xi_{ij} = -2T_{ij} + \frac{1}{2} (\partial_l \phi \partial^l \phi - M^2 \phi^2) g_{ij} \quad (3.14)$$

elde ederiz ve enerji momentum tensörünün izi şu şekilde verilir:

$$T = \frac{2M^2 \phi^2 - \dot{\phi}^2}{4\pi}. \quad (3.15)$$

3.4. Kinematik Nicelikler

Genişleme skaleri, evrenin hacimsel olarak genişleme hızını belirtir ve şu şekildedir:

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(\sqrt{-g} u^i)}{\partial x^i} \quad (3.16)$$

Burada $u^i = \frac{dx^i}{ds} = (0, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{g_{44}}})$ ve x^i koordinatlarıdır.

Hubble parametresi, evrenin ne kadar hızlı genişlediğini anlatan bir parametredir. Evrenin yaşıyla ters orantılıdır ve

$$H = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} H_i \quad (3.17)$$

şeklindedir. $H_i = \frac{1}{\sqrt{g_{ii}}} \frac{\partial \sqrt{g_{ii}}}{\partial t}$ ($i = 1, \dots, n-1$) dir.

Frenleme (yavaşlama) parametresi, evrenin genişlemesinin yavaşlamasını tanımlayan bir terimdir. Aşağıdaki şekilde verilir:

$$q = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{H} \right) - 1 = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2} \quad (3.18)$$

q değerinin $q > 0$ olması evrenin yavaşlayarak genişlediğini, $q < 0$ olması ise evrenin hızlanarak yani ivmelerek genişlediğini göstermektedir. Zamanın (t) $q = 0$ daki değerine transit değer denir ve t_{tr} ile gösterilir.

Ricci skaleri, Riemann tensörünün bir daralması olan ricci tensörünün daralmasıdır ve uzayın eğriliğini temsil eder. Şu şekildedir:

$$R = g^{ij} R_{ij} \quad (3.19)$$

Burada R_{ij} ricci tensörüdür (Landau ve Lifshitz, 1975) ve aşağıdaki gibidir:

$$R_{ij} = R_{ji} = g^{kl} R_{kilj} = R_{ikj}^k = \frac{\partial \Gamma_{ij}^k}{\partial x^k} - \frac{\partial \Gamma_{ik}^j}{\partial x^j} + \Gamma_{ij}^k \Gamma_{kl}^l - \Gamma_{ik}^l \Gamma_{jl}^k \quad (3.20)$$

Γ_{jk}^i christoffel sembolünü ifade eder ve genel ifadesi şöyledir:

$$\Gamma_{jk}^i = \Gamma_{kj}^i = \frac{1}{2} g^{il} \left(\frac{\partial g_{lj}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{lk}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^l} \right) \quad (3.21)$$

3.5. Bianchi-I Evren Modeli

$f(R, T)$ teoride skaler alanları inceleyeceğimiz homojen ve anizotrop Bianchi-I evren modeli şu şekilde verilir:

$$ds^2 = dt^2 - A^2 dx^2 - B^2 dy^2 - C^2 dz^2 \quad (3.22)$$

Burada A, B ve C t 'ye bağlı fonksiyonlardır ve metrik potansiyel olarak adlandırılırlar. $x_i = (x, y, z, t)$ koordinatlarıdır. Bianchi-I modelinde kinematik nicelikler şu şekilde elde edilir:

$$R = 2 \left(\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} \right) \quad (3.23)$$

$$H = \frac{1}{3}\theta = \frac{1}{3} \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \quad (3.24)$$

$$q = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2} \quad (3.25)$$

3.6. FRW Evren Modeli

Homojen ve izotrop evren modeli olan FRW evreni şu şekilde verilmektedir:

$$ds^2 = dt^2 - \frac{A^2}{1 - kr^2} dr^2 - A^2 r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\Phi^2), \quad k = -1, 0, 1 \quad (3.26)$$

Burada A , t 'ye bağlı metrik potansiyeldir. $x_i = (r, \theta, \Phi, t)$ koordinatlarıdır. Ricci skaleri, hubble parametresi, frenleme parametresi, genişleme skaleri aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$R = \frac{6}{A^2} (A\ddot{A} + \dot{A}^2 + k) \quad (3.27)$$

$$\theta = 3H = 3 \frac{\dot{A}}{A} \quad (3.28)$$

$$q = -\frac{A\ddot{A}}{A^2} \quad (3.29)$$

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

4.1. Bianchi I Evren Modeli İncelemesi

Bu bölümde homojen ve anizotrop bianchi I evreni için kütlelesiz ve kütleli skaler alanların davranışını inceleyeceğiz.

4.1.1. Kütlelesiz Skaler Alan için Çözümler

Bianchi-I modelinde kütlelesiz skaler alan için (3.7), (3.8), (3.10) ve (3.11) denklemlerini kullanarak (3.22) denklemine alan denklemleri şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} = V(\phi)(4\mu + 8\pi) - \dot{\phi}^2(4\pi\varepsilon + \mu\varepsilon) + \Lambda \quad (4.1)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} = V(\phi)(4\mu + 8\pi) - \dot{\phi}^2(4\pi\varepsilon + \mu\varepsilon) + \Lambda \quad (4.2)$$

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = V(\phi)(4\mu + 8\pi) - \dot{\phi}^2(4\pi\varepsilon + \mu\varepsilon) + \Lambda \quad (4.3)$$

$$\frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = V(\phi)(4\mu + 8\pi) + \dot{\phi}^2(4\pi\varepsilon + \mu\varepsilon) + \Lambda \quad (4.4)$$

(4.1)-(4.4) denklemlerinden görüldüğü gibi altı bilinmeyen ve dört alan denklemi vardır. Bu bilinmeyenler $A, B, C, \phi, V(\phi)$ ve Λ 'dır. Alan denklemlerinin tam çözümlerini elde etmek için Pacif, Myrzakulov, ve Myrzakul (2017) tarafından verilen hubble parametresinin modellerinden biri olan aşağıdaki modeli kullanacağız:

$$H = \frac{\beta}{\sqrt{t + \alpha}} \quad (4.5)$$

Burada α ve β sabittir. (4.1)-(4.5) denklemlerini birlikte çözersek metrik potansiyelleri

$$A = e^{\left(\frac{1}{18\beta^2} + \frac{\sqrt{t+\alpha}}{3\beta}\right) \frac{c_1}{e^{6\beta\sqrt{t+\alpha}}} - \frac{c_2}{18\beta^2} + 2\beta\sqrt{t+\alpha} - \frac{1}{3}} \quad (4.6)$$

$$B = e^{\left(\frac{1}{18\beta^2} + \frac{\sqrt{t+\alpha}}{3\beta}\right) \frac{c_3}{e^{6\beta\sqrt{t+\alpha}}} - \frac{c_4}{18\beta^2} + 2\beta\sqrt{t+\alpha} - \frac{1}{3}} \quad (4.7)$$

ve

$$C = c_5 e^{-\left(\frac{1}{18\beta^2} + \frac{\sqrt{t+\alpha}}{3\beta}\right) \frac{c_1+c_3}{e^{6\beta\sqrt{t+\alpha}}} + \frac{c_2+c_4}{18\beta^2} + 2\beta\sqrt{t+\alpha} + \frac{2}{3}} \quad (4.8)$$

şeklinde elde ederiz. Burada c_1, c_2, c_3, c_4 ve c_5 sabittir. Ayrıca skaler alan fonksiyonu ve kinetik enerji şu şekilde bulunur:

$$\phi = \int \sqrt{\frac{\beta - 2(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}(c_1^2 + c_1c_3 + c_3^2)e^{-12\beta\sqrt{t+\alpha}}}{(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}(8\pi + 2\mu)\epsilon}} dt + c_6 \quad (4.9)$$

ve

$$\dot{\phi}^2 = \frac{\beta - 2(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}(c_1^2 + c_1c_3 + c_3^2)e^{-12\beta\sqrt{t+\alpha}}}{2(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}(8\pi + 2\mu)\epsilon} \quad (4.10)$$

Burada c_6 sabittir. Bu bölümün alt bölümlerinde, diğer çalışmalarda (Aygün ve diğerleri, 2018),(V. Singh ve Singh, 2015) olduğu gibi, skaler alan potansiyellerinin iki modelini inceleyeceğiz.

4.1.1.1 $V(\phi) = V_0$ modeli

Bu alt bölümde, sabit skaler potansiyel seçimi için SA çözümlerini inceleyeceğiz (Aygün ve diğerleri, 2018),(V. Singh ve Singh, 2015),(Coley ve Goliath, 2000). $V(\phi) = V_0$ modeline ek olarak (4.1)-(4.5) denklemlerini kullanarak kozmolojik terimi

$$\Lambda = -\frac{2((8\pi + 4\mu)(t+\alpha)V_0 - 3\beta^2)\sqrt{t+\alpha} + \beta}{2(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}}. \quad (4.11)$$

şeklinde elde ederiz.

4.1.1.2 $V(\phi) = V_0 e^{-\gamma\phi(t)}$ modeli

Bu alt bölümde, üstel skaler potansiyel seçimi için SA çözümlerini inceleyeceğiz (Aygün ve diğerleri, 2018),(Ferreira ve Joyce, 1998),(Coley ve Goliath, 2000). $V(\phi) = V_0 e^{-\gamma\phi(t)}$ modeline ek olarak (4.1)-(4.5) denklemlerini kullanarak kozmolojik terimi

$$\Lambda = -\frac{2(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}V_0(8\pi + 4\mu)e^{-\gamma\phi(t)} - 6\sqrt{t+\alpha}\beta^2 + \beta}{2(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.12)$$

Burada γ sabittir. O halde skaler alan potansiyeli şu şekilde ifade edilir:

$$V(\phi) = V_0 e^{-\gamma \left(\int \sqrt{\frac{\beta - 2(t+\alpha)^{\frac{3}{2}} (c_1^2 + c_1 c_3 + c_3^2) e^{-12\beta\sqrt{t+\alpha}}}{(t+\alpha)^{\frac{3}{2}} (8\pi + 2\mu)\epsilon}} dt + c_6 \right)} \quad (4.13)$$

4.1.2. Kütleli Skaler Alan için Çözümler

$h(t) = \mu T$ ile birlikte (3.7),(3.12),(3.14),(3.15),(3.22) denklemlerini kullanarak alan denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} = M^2 \phi^2 \left(1 + \mu + \frac{3\mu}{4\pi} \right) - \phi^2 \left(1 + \mu + \frac{\mu}{2\pi} \right) + \Lambda \quad (4.14)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} = M^2 \phi^2 \left(1 + \mu + \frac{3\mu}{4\pi} \right) - \phi^2 \left(1 + \mu + \frac{\mu}{2\pi} \right) + \Lambda \quad (4.15)$$

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = M^2 \phi^2 \left(1 + \mu + \frac{3\mu}{4\pi} \right) - \phi^2 \left(1 + \mu + \frac{\mu}{2\pi} \right) + \Lambda \quad (4.16)$$

$$\frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = M^2 \phi^2 \left(1 + \mu + \frac{3\mu}{4\pi} \right) + \phi^2 (1 - \mu) + \Lambda \quad (4.17)$$

(4.14)-(4.17) denklemlerinden görüldüğü gibi beş bilinmeyen ve dört denklem vardır. Bu bilinmeyenler A, B, C, ϕ ve Λ 'dır.(4.14)-(4.17) denklemlerini (4.5) denklemi yardımıyla çözersek ,

$$A = e^{\left(\frac{1}{18\beta^2} + \frac{\sqrt{t+\alpha}}{3\beta} \right) \frac{c_7}{e^{6\beta\sqrt{t+\alpha}}} - \frac{c_8}{18\beta^2} + 2\beta\sqrt{t+\alpha} - \frac{1}{3}} \quad (4.18)$$

$$B = e^{\left(\frac{1}{18\beta^2} + \frac{\sqrt{t+\alpha}}{3\beta} \right) \frac{c_9}{e^{6\beta\sqrt{t+\alpha}}} - \frac{c_{10}}{18\beta^2} + 2\beta\sqrt{t+\alpha} - \frac{1}{3}} \quad (4.19)$$

ve

$$C = c_{11} e^{-\left(\frac{1}{18\beta^2} + \frac{\sqrt{t+\alpha}}{3\beta} \right) \frac{c_7 + c_9}{e^{6\beta\sqrt{t+\alpha}}} + \frac{c_8 + c_{10}}{18\beta^2} + 2\beta\sqrt{t+\alpha} + \frac{2}{3}} \quad (4.20)$$

Burada c_7, c_8, c_9, c_{10} ve c_{11} sabittir. (4.14)-(4.17) denklemlerinden skaler alan fonksiyonunu

ve kinetik enerjiyi aşağıdaki gibi buluruz:

$$\phi = 4\pi \int \sqrt{\frac{\beta - 2(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}(c_7^2 + c_7c_9 + c_9^2)e^{-12\beta\sqrt{t+\alpha}}}{(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}(8\pi + 2\mu)}} dt + c_{12} \quad (4.21)$$

ve

$$\dot{\phi}^2 = \frac{\pi \left(\beta - 2(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}(c_7^2 + c_7c_9 + c_9^2)e^{-12\beta\sqrt{t+\alpha}} \right)}{(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}(4\pi + \mu)} \quad (4.22)$$

Burada c_{12} sabittir. Ayrıca kozmolojik terim şöyledir:

$$\Lambda = \frac{2\pi\beta(\mu - 1)}{(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}(4\pi + \mu)} - \frac{(c_7^2 + c_7c_9 + c_9^2)(4\pi + 1)\mu}{(4\pi + \mu)e^{12\beta\sqrt{t+\alpha}}} - \frac{(4(\mu + 1)\pi + 3\mu)M^2\phi^2}{4\pi} + \frac{3\beta^2}{t + \alpha} \quad (4.23)$$

4.2. FRW Evren Modeli İncelemesi

Bu bölümde homojen ve izotropik FRW evreni için kütesiz ve kütleli skaler alanların davranışını inceleyeceğiz.

4.2.1. Kütesiz Skaler Alan için Çözümler

FRW modelinde kütesiz skaler alan için (3.7), (3.8), (3.10) ve (3.11) denklemlerini kullanarak (3.26) denkleminde alan denklemleri şu şekilde yazılabilir:

$$2\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\dot{A}^2 + k}{A^2} = V(\phi)(4\mu + 8\pi) - \dot{\phi}^2(4\pi\varepsilon + \mu\varepsilon) + \Lambda \quad (4.24)$$

$$3\left(\frac{\dot{A}^2 + k}{A^2}\right) = V(\phi)(4\mu + 8\pi) + \dot{\phi}^2(4\pi\varepsilon + \mu\varepsilon) + \Lambda \quad (4.25)$$

(4.24) ve (4.25) denkleminden görüldüğü gibi iki denklem ve dört bilinmeyenimiz var. Bu bilinmeyenler A , ϕ , $V(\phi)$ ve Λ 'dir.

4.2.1.1 $V(\phi) = V_0$ modeli

FRW evren modelinde kütlelesiz skaler alan çözümlerini sabit skaler potansiyeli ile inceleyecek olursak $V(\phi) = V_0$ denklemine ek olarak (4.5), (4.24) ve (4.25) denklemlerini kullanarak:

A metrik potansiyeli

$$A = c_{13} \left(\frac{e^{\frac{c_{14}+t}{c_{13}}} + ke^{-\frac{c_{14}+t}{c_{13}}}}{2} \right) \quad (4.26)$$

kozmolojik terim

$$\Lambda = \frac{3 - 8c_{13}^2 V_0 (2\pi + \mu)}{2c_{13}^2} \quad (4.27)$$

ve skaler alan fonksiyonu

$$\phi = c_{15} \quad (4.28)$$

şeklinde bulunur. Burada c_{13} , c_{14} ve c_{15} sabittir.

4.2.1.2 $V(\phi) = V_0 e^{-\gamma\phi(t)}$ modeli

FRW evren modelinde kütlelesiz skaler alan çözümlerini üstel skaler potansiyeli ile inceleyecek olursak $V(\phi) = V_0 e^{-\gamma\phi(t)}$ denklemine ek olarak (4.5), (4.24) ve (4.25) denklemlerini kullanarak A metrik potansiyeli

$$A = c_{16} e^{2\sqrt{t+\alpha}\beta} \quad (4.29)$$

skaler alan fonksiyonu

$$\phi = \frac{\sqrt{2}}{2} \int \sqrt{\frac{2k(t+\alpha)^{\frac{3}{2}} e^{-4\sqrt{t+\alpha}\beta} + \beta c_{16}^2}{c_{16}^2 (4\pi + \mu) \epsilon}} dt + c_{17} \quad (4.30)$$

ve kozmolojik terim

$$\Lambda = \frac{2e^{-4\sqrt{t+\alpha}\beta} k}{c_{16}^2} - 4(2\pi + \mu) V_0 e^{-\gamma\phi(t)} + \frac{3\beta^2}{t+\alpha} - \frac{\beta}{2(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.31)$$

şeklinde bulunur. Ayrıca kinetik enerji şu şekilde elde edilir:

$$\dot{\phi}^2 = \frac{ke^{-4\sqrt{t+\alpha}\beta}}{2\varepsilon(4\pi+\mu)c_{16}^2} + \frac{\beta}{4\varepsilon(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}(4\pi+\mu)} \quad (4.32)$$

Burada c_{16} ve c_{17} sabittir.

4.2.2. Kütleli Skaler Alan için Çözümler

$h(t) = \mu T$ ile birlikte (3.7), (3.26), (3.12), (3.14), (3.15) denklemlerini kullanarak alan denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$2\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\dot{A}^2 + k}{A^2} = M^2\phi^2 \left(1 + \mu + \frac{3\mu}{4\pi}\right) - \phi^2 \left(1 + \mu + \frac{\mu}{2\pi}\right) + \Lambda \quad (4.33)$$

$$3\left(\frac{\dot{A}^2 + k}{A^2}\right) = M^2\phi^2 \left(1 + \mu + \frac{3\mu}{4\pi}\right) + \dot{\phi}^2(1 - \mu) + \Lambda \quad (4.34)$$

(4.33) ve (4.34) denkleminde görüldüğü gibi iki denklem ve üç bilinmeyenimiz var. Bu bilinmeyenler A , ϕ ve Λ 'dir. (4.5), (4.33) ve (4.34) denklemlerini kullanarak metrik potansiyel

$$A = c_{18}e^{2\sqrt{t+\alpha}\beta} \quad (4.35)$$

kozmojik terim

$$\Lambda = \frac{(4(\mu+2)\pi+3\mu)e^{-4\sqrt{t+\alpha}\beta}}{c_{18}^2(4\pi+\mu)} - \frac{(4(\mu+1)\pi+3\mu)}{4\pi}M^2\phi^2 + \frac{3\beta^2}{t+\alpha} - \frac{\pi\beta(\mu-1)}{(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.36)$$

ve skaler alan potansiyeli

$$\phi = \sqrt{2\pi} \int \sqrt{\frac{2ke^{-4\sqrt{t+\alpha}\beta}}{c_{18}^2(4\pi+\mu)} + \frac{\beta}{(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}(4\pi+\mu)}} dt + c_{19} \quad (4.37)$$

şeklinde dir. c_{18} ve c_{19} sabittir. Ayrıca kinetik enerji şu şekilde elde edilir:

$$\dot{\phi}^2 = \frac{2ke^{-4\sqrt{t+\alpha}\beta}\pi}{c_{18}^2(4\pi+\mu)} + \frac{\beta\pi}{(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}(4\pi+\mu)} \quad (4.38)$$

BEŞİNCİ BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde, homojen-anizotrop Bianchi-I evreni ve homojen-izotrop FRW evreni için kütlelesiz ve kütleli skaler alan modellerinin davranışları Harko ve diğerleri (2011) tarafından verilen $f(R, T)$ teorisinin $f(R, T) = R + 2h(T)$ modelinde Hubble parametresi yardımıyla tartışılmıştır.

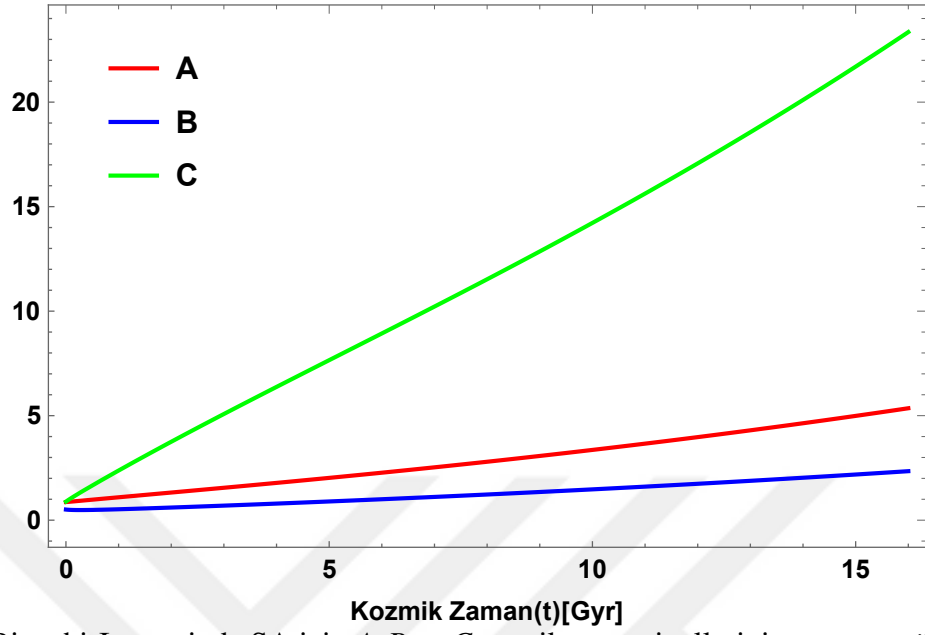
- Bianchi-I evreninde $V(\phi) = V_0$ için, V_0 ve kozmik zaman t arttığında, Λ azalır. ϵ , Λ 'yı etkilemez. O zaman V_0 ve t 'den etkilenen kozmolojik terimin normal ve fantom SA modellerden bağımsız olduğunu söyleyebiliriz.
- $V(\phi) = V_0 e^{-\gamma\phi(t)}$ için, V_0 ve t arttığında, Λ azalır. Ayrıca, ϵ Λ 'yı etkiler. O zaman V_0 ve t 'den etkilenen kozmolojik terimin normal ve fantom SA modellerine bağlı olduğunu söyleyebiliriz.
- FRW evreninde $V(\phi) = V_0$ için, V_0 arttığında Λ azalır. ϵ , Λ 'yı etkilemez. O zaman V_0 'dan etkilenen kozmolojik terimin normal ve fantom SA modellerden bağımsız olduğunu söyleyebiliriz.
- $V(\phi) = V_0 e^{-\gamma\phi(t)}$ için, V_0 ve t arttığında, Λ azalır. O zaman V_0 ve t 'den etkilenen kozmolojik terimin normal ve fantom SA modellerinden bağımsız olduğunu söyleyebiliriz.

Aşağıdaki alt bölümlerde çözümlerimizden elde ettiğimiz sonuçları grafikler yardımıyla irdeleyip tartışalım ve ayrıca sonuçları GRT için yorumlayalım.

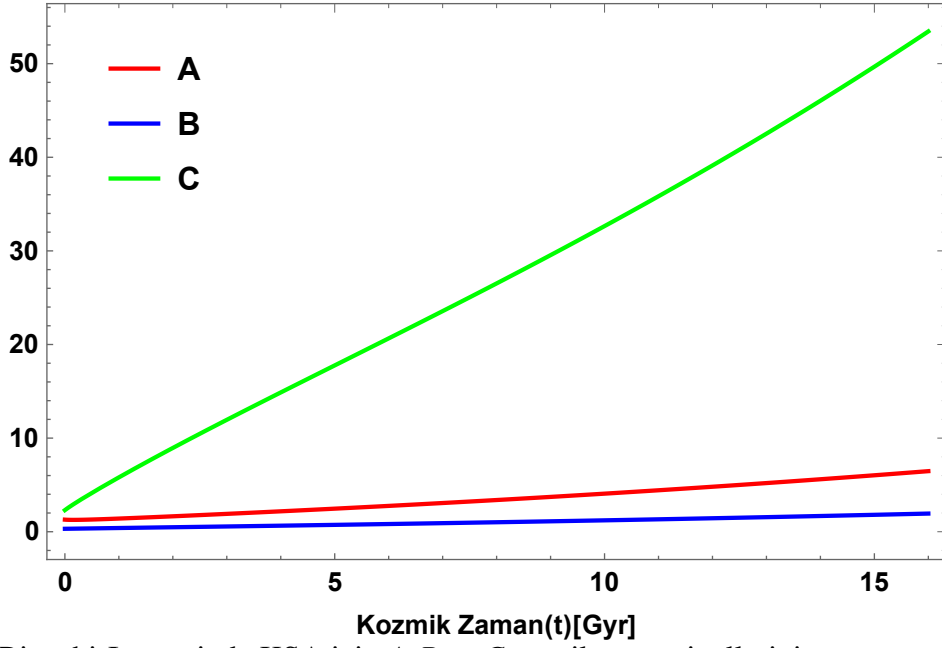
Grafikler çizilirken sabitler şu şekilde seçilmiştir: $c_1 = 0.6$, $c_2 = 1$, $c_3 = 1.3$, $c_4 = 4.5$, $c_5 = 0.35$, $c_7 = 1.1$, $c_8 = 0.2$, $c_9 = 0.6$, $c_{10} = 5.3$, $c_{11} = 0.8$, $c_{13} = 15$, $c_{14} = 6.7$, $c_{16} = 5$, $c_{18} = 3.1$, $\mu = 5\pi$, $\alpha = 0.1$ ve $\beta = 0.28$ 'dir.

5.1. Bianchi-I ve FRW Evreni için Sonuçlar

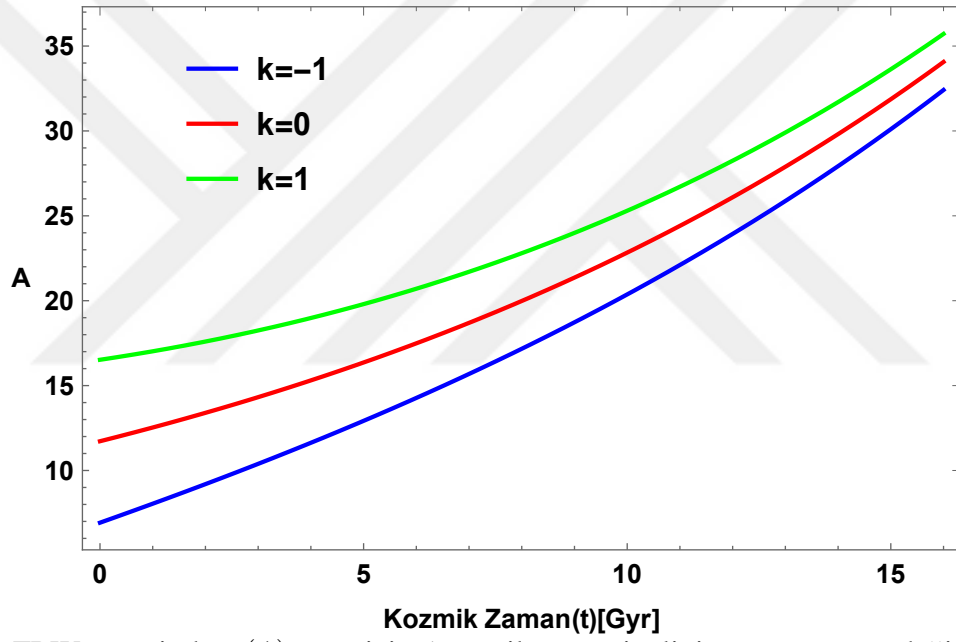
M , ϕ üzerinde etkili değildir ancak M arttıkça kozmolojik terim Λ 'nın değeri azalır.



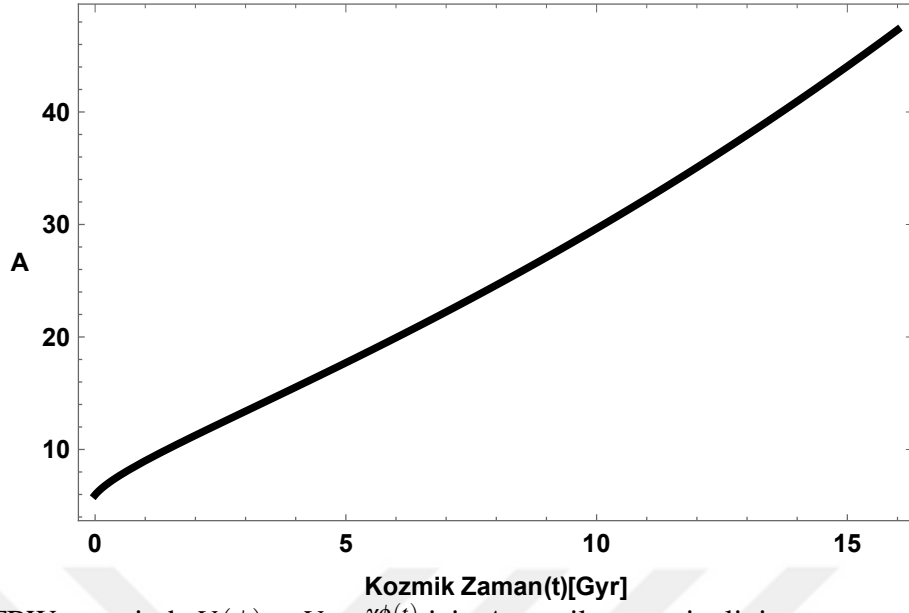
Şekil 1. Bianchi-I evreninde SA için A, B ve C metrik potansiyellerinin zamana göre değişimi



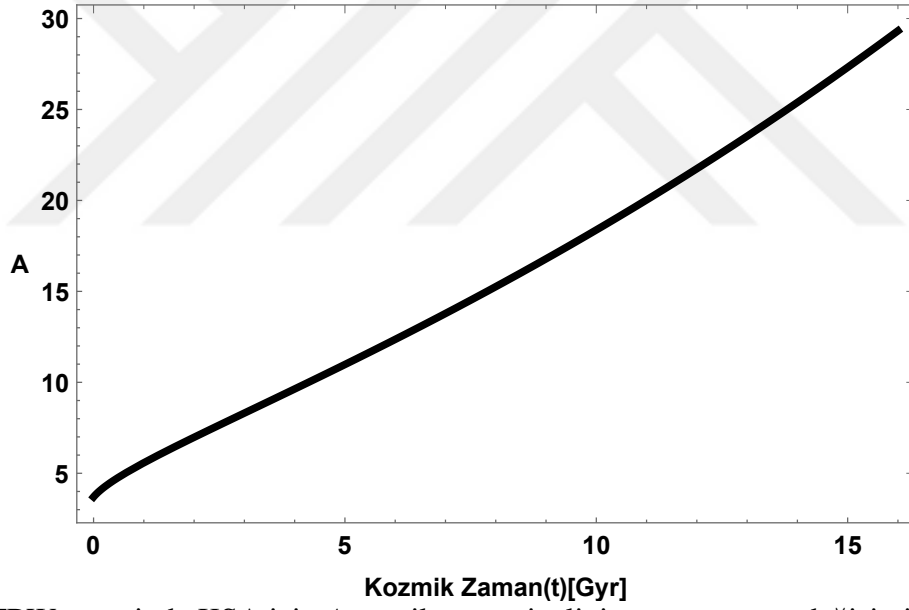
Şekil 2. Bianchi-I evreninde KSA için A, B ve C metrik potansiyellerinin zamana göre değişimi



Şekil 3. FRW evreninde $V(\phi) = V_0$ için A metrik potansiyelinin zamana göre değişimi.

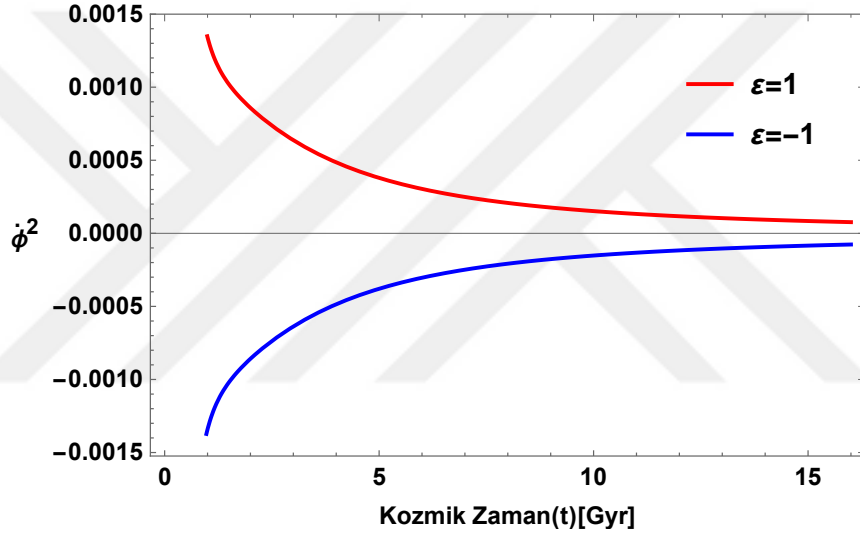


Şekil 4. FRW evreninde $V(\phi) = V_0 e^{-\gamma\phi(t)}$ için A metrik potansiyelinin zamana göre değişimi.

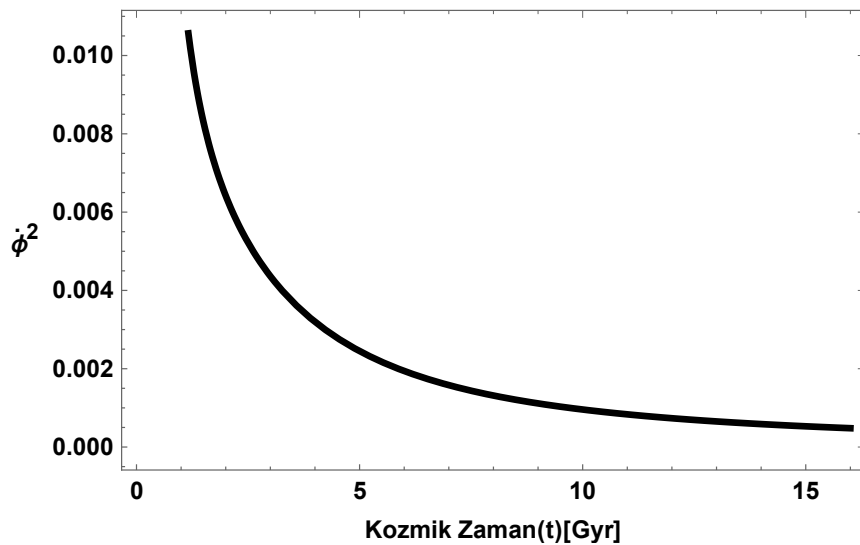


Şekil 5. FRW evreninde KSA için A metrik potansiyelinin zamana göre değişimi.

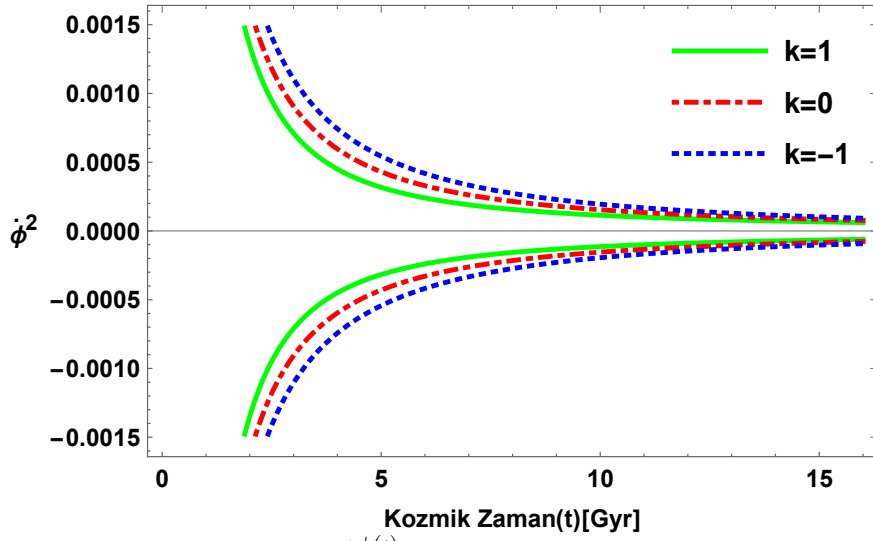
Şekil 1'den görüldüğü A, B ve C metrik potansiyelleri zamanla artış göstererek sonsuza gitmektedirler. Fakat A metrik potansiyeli B 'ye göre daha hızlı, B metrik potansiyeli ise C 'ye göre daha hızlı sonsuza gitmektedir. Ayrıca (4.6) ve (4.7) denklemlerinde $c_1 = c_3$ ve $c_2 = c_4$ alırsak A ve B metrik potansiyelleri birbirine eşit olur ve evren modelimiz LRS Bianchi-I evrenine dönüşmüş olur. Şekil 2'de Skaler alan modelinin kütleli olması metrik potansiyelleri etkilememektedir. Bu nedenle Şekil 1'deki grafik ve yorumu kütleli skaler alan için de geçerlidir. Farklı olarak (4.18) ve (4.19) denklemlerinde $c_7 = c_9$ ve $c_8 = c_{10}$ aldığımızda A ve B metrik potansiyelleri birbirine eşit olur ve evren modelimiz LRS Bianchi-I evrenine dönüşür. Şekil 3, 4 ve 5'den de kolayca görülmüyor ki metrik potansiyel A her zaman artış göstermiştir.



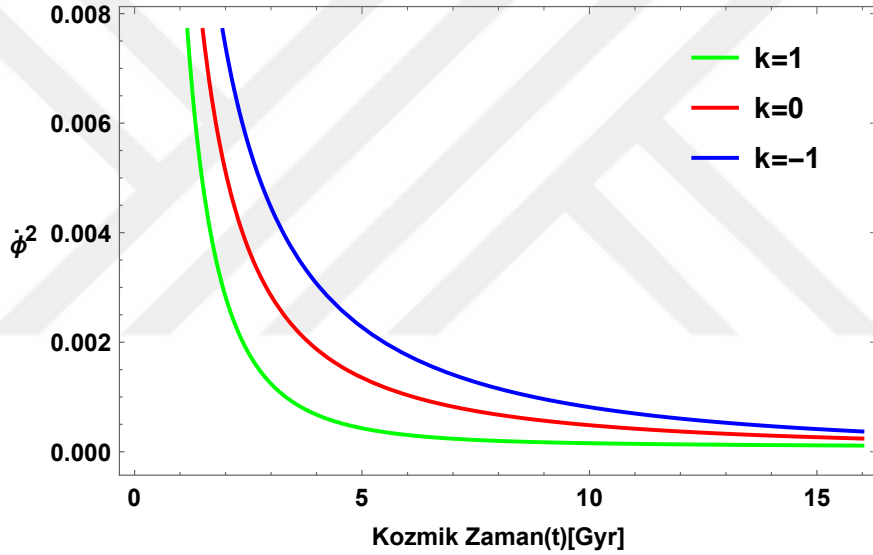
Şekil 6. Bianchi-I evreninde SA için kinetik enerjinin zamana göre değişimi



Şekil 7. Bianchi-I evreninde KSA için kinetik enerjinin zamana göre değişimi



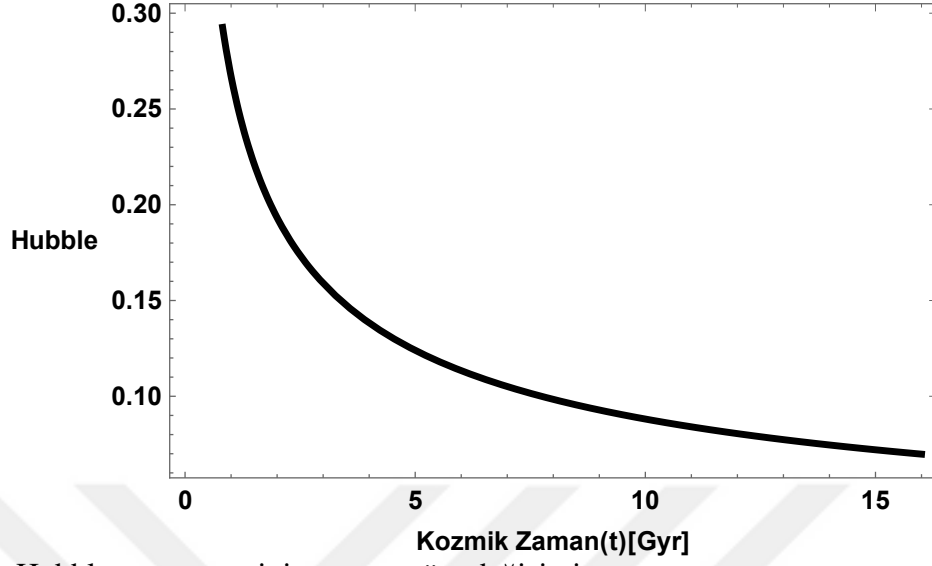
Şekil 8. FRW evreninde $V(\phi) = V_0 e^{-\gamma\phi(t)}$ için kinetik enerjinin zamana göre değişimi.



Şekil 9. FRW evreninde KSA için kinetik enerjinin zamana göre değişimi.

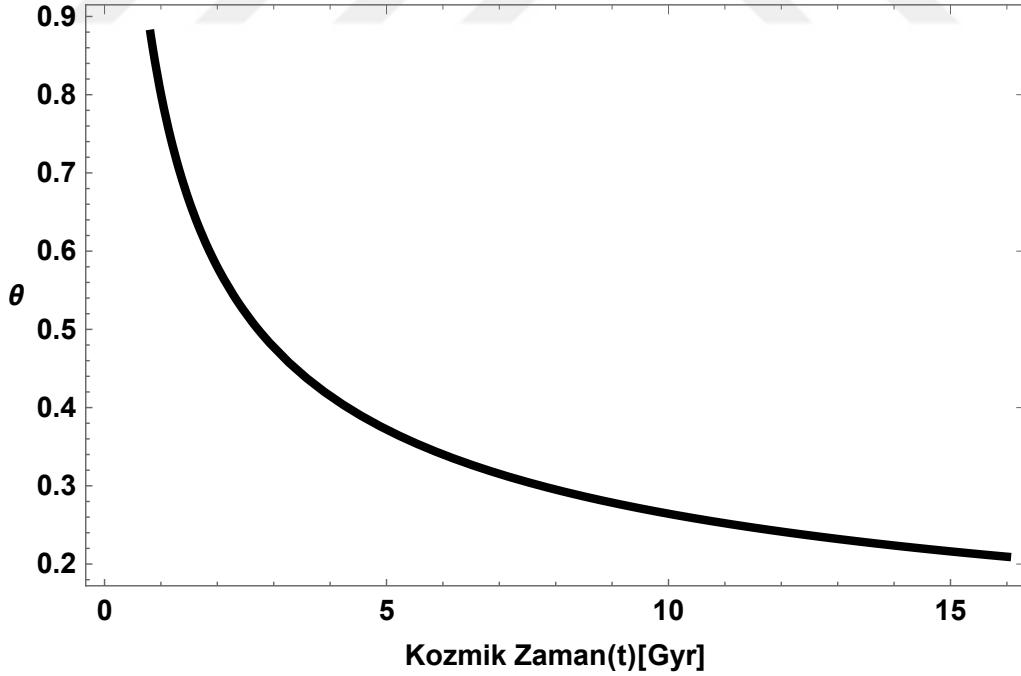
Skaler alanın kinetik ve potansiyel enerjileri, kozmik genişlemeyi incelemek için dinamik bir rol oynar. Bu enerjiler arasında enerji korunumu yasası vardır. Yani birbiriyle ters orantılıdır. Şekil 6 ve 8’de fantom SA modeli ($\epsilon = -1$, $\dot{\phi}^2 < 0$) için kinetik enerji artış göstermektedir. Yani potansiyel enerji azalmaktadır. Normal SA modeli ($\epsilon = 1$, $\dot{\phi}^2 > 0$) için ise kinetik enerji azalırken potansiyel enerji artmaktadır. Potansiyel enerjinin artması evrenin hızlandırılmış genişlemesini, azalması evrenin yavaşlamış genişlemesini gösterir. Şekil 7 ve 9’de kinetik enerji zamanla azalma göstermektedir. O halde kinetik enerjinin azalması evrenin hızlanarak genişlediğini ima eder.

5.2. Kinematik Nicelikler için Çözümler



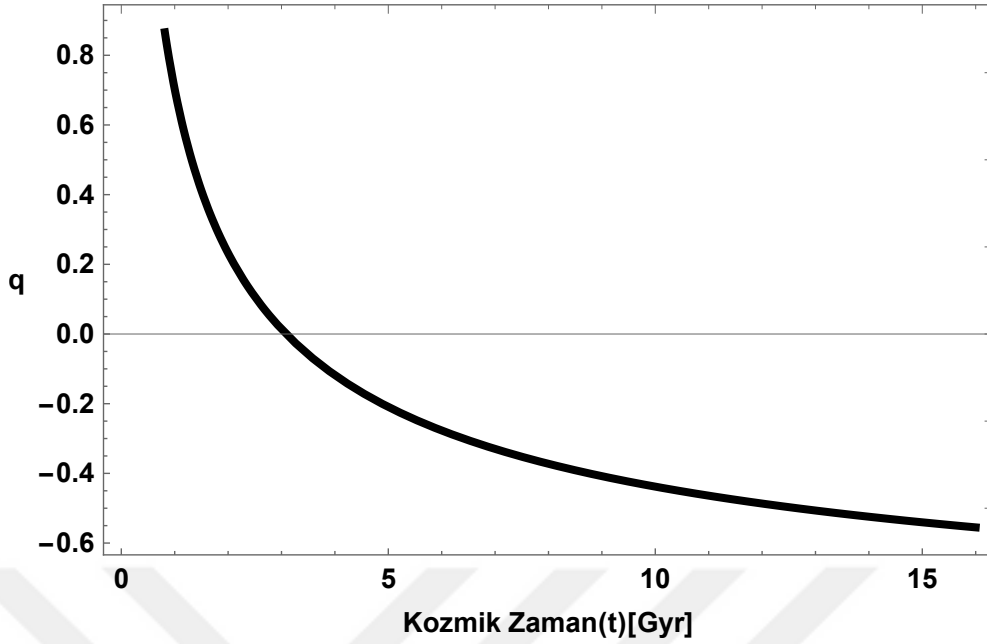
Şekil 10. Hubble parametresinin zaman göre değişimi

Hubble parametresinin evrenin yaşıyla ters orantılı olduğunu bilmekteyiz. Şekil 10'de de görüleceği üzere zaman arttıkça yani evrenin yaşı ilerledikçe Hubble parametresinin değeri azalmaktadır.



Şekil 11. Genişleme skalerinin zamana göre değişimi

Şekil 11'de görüldüğü gibi genişleme skalerinin değeri zamanla sıfıra yaklaşarak azalmaktadır. Bu bize evrenin hacimsel olarak genişleme hızı azalsa da yine de evrenin hacimsel olarak genişlemeye devam ettiğini göstermektedir.



Şekil 12. Frenleme parametresinin zamana göre değişimi

Şekil 12'deki grafik frenleme parametresinin üç durumunu içermektedir. İlk zamanlarda $q > 0$ olduğundan evren yavaşlayarak genişlemektedir. $q = 0$ olduğunda yani t_{tr} noktasında evren sıfır yavaşlamayla genişler. Son olarak $q < 0$ olduğunda evren ivmelenerek genişler. Eğer hubble parametresi sıfırdan küçük olsaydı evren; $q > 0$ iken yavaşlayarak, $q = 0$ iken sıfır yavaşlamayla, $q < 0$ iken ivmelenerek daralırdı. $H = 0$ ve $q = 0$ olsaydı evren genişlemezdi, yani durağan olurdu (Bolotin, Cherkaskiy, Lemets, Yerokhin, ve Zazunov, 2015).

Grafik günümüz modellerinde kabul edildiği gibi ele alınan evren modelinin yavaşlamadan hızlanmaya geçişini sağlamaktadır. Frenleme parametresinin günümüzdeki değeri $q_0 \approx -0.55$ 'dir.

5.3. Genel Rölativite Teorisi için Sonuçlar

(4.1) ve (4.2) bölümlerinde elde ettiğimiz çözümleri GRT için incelemek için $\mu = 0$ alalım.

- Homojen-anizotrop olan Bianchi-I evren modelinde

– (4.9) denklemini kullanarak

$$\phi = \int \sqrt{\frac{\beta - 2(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}(c_1^2 + c_1c_3 + c_3^2)e^{-12\beta\sqrt{t+\alpha}}}{8(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}\pi\epsilon}} dt + c_6 \quad (5.1)$$

– $V(\phi) = V_0$ sabit SA potansiyeli ile birlikte (4.11) denklemini kullanarak,

$$\Lambda = \frac{-16\pi(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}V_0 + 6\beta^2\sqrt{t + \alpha} - \beta}{2(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}} \quad (5.2)$$

– $V(\phi) = V_0e^{-\gamma\phi(t)}$ üstel SA potansiyeli ile birlikte (4.12) denklemini kullanarak

$$\Lambda = \frac{-16\pi(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}V_0e^{-\gamma\phi(t)} + 6\beta^2\sqrt{t + \alpha} - \beta}{2(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}} \quad (5.3)$$

– KSA için (4.21) ve (4.23) denklemlerini kullanarak

$$\phi = \frac{1}{2} \int \sqrt{\frac{\beta - 2(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}(c_7^2 + c_7c_8 + c_8^2)e^{-12\beta\sqrt{t+\alpha}}}{(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}}} dt + c_9 \quad (5.4)$$

ve

$$\Lambda = -\frac{\beta}{2(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}} - M^2\phi^2 + \frac{3\beta^2}{t + \alpha} \quad (5.5)$$

elde ederiz.

• Homojen-izotrop olan FRW evren modelinde

– $V(\phi) = V_0$ potansiyeli ile birlikte (4.27) denklemini kullanarak

$$\Lambda = \frac{3 - 16c_{13}^2V_0\pi}{2c_{13}^2} \quad (5.6)$$

– $V(\phi) = V_0e^{-\gamma\phi(t)}$ potansiyeli ile birlikte (4.30), (4.31) denklemlerini kullanarak

$$\phi = \frac{\sqrt{2}}{4} \int \sqrt{\frac{2k(t + \alpha)^{\frac{3}{2}}e^{-4\sqrt{t+\alpha}\beta} + \beta c_{16}^2}{c_{16}^2\pi\epsilon}} dt + c_{17} \quad (5.7)$$

ve

$$\Lambda = \frac{2e^{-4\sqrt{t+\alpha}\beta}k}{c_{16}^2} - 8\pi V_0 e^{-\gamma\phi(t)} + \frac{3\beta^2}{t+\alpha} - \frac{\beta}{2(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}} \quad (5.8)$$

– KSA için (4.36) ve (4.37) denklemlerini kullanarak

$$\Lambda = \frac{2e^{-4\sqrt{t+\alpha}\beta}}{c_{18}^2} - M^2\phi^2 + \frac{3\beta^2}{t+\alpha} + \frac{\pi\beta}{(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}} \quad (5.9)$$

ve

$$\phi = \sqrt{2} \int \sqrt{\frac{ke^{-4\sqrt{t+\alpha}\beta}}{2c_{18}^2} + \frac{\beta}{(t+\alpha)^{\frac{3}{2}}}} dt + c_{19} \quad (5.10)$$

elde ederiz.

KAYNAKLAR

- Adhav, K., Gadodia, P., ve Bansod, A. (2011). Stiff domain walls in creation-field cosmology. *International Journal of Theoretical Physics*, 50(1), 275–288.
- Aditya, Y., ve Reddy, D. (2018). Anisotropic new holographic dark energy model in Saez–Ballester theory of gravitation. *Astrophysics and Space Science*, 363(10), 1–11.
- Aktaş, C. (2008). Kuark gluon maddenin uzay-zaman geometrisi. doktora tezi.
- Aktaş, C. (2019). Massive and massless scalar field models for Kaluza–Klein universe in f (R,T) gravity. *Modern Physics Letters A*, 34(11), 1950066.
- Aktaş, C., ve Aygün, S. (2017). Magnetized strange quark matter solutions in f (R,T) gravity with cosmological constant. *Chinese Journal of Physics*, 55(1), 71–78.
- Albrecht, A., ve Steinhardt, P. J. (1982). Cosmology for grand unified theories with radiatively induced symmetry breaking. *Physical Review Letters*, 48(17), 1220.
- Aygün, S., Aktaş, C., Sahoo, P. K., ve Bishi, B. K. (2018). Scalar field cosmology in f (R, T) gravity with Λ . *Gravitation and Cosmology*, 24(3), 302–307.
- Aygün, S., Aktaş, C., ve Yılmaz, İ. (2012). Non-existence of a massive scalar field for the Marder universe in Lyra and Riemannian geometries. *Journal of Geometry and Physics*, 62(1), 100–106.
- Aygün, S., Aktaş, C., ve Yılmaz, İ. (2016). Strange quark matter solutions for Marder’s universe in f (R,T) gravity with Λ . *Astrophysics and Space Science*, 361(12), 1–6.
- Barrow, J. D. (1987). Cosmic no-hair theorems and inflation. *Physics Letters B*, 187(1-2), 12–16.
- Barrow, J. D. (1990). Graduated inflationary universes. *Physics Letters B*, 235(1-2), 40–43.
- Belinsky, V., Khalatnikov, I., Grishchuk, L., ve Zeldovich, Y. B. (1985). *Inflationary stages in cosmological models with a scalar field* (Tech. Rep.). International Centre for Theoretical Physics.
- Bertolami, O. (1986). Time-dependent cosmological term. *Il Nuovo Cimento B (1971-1996)*, 93(1), 36–42.
- Bertolami, O., ve Páramos, J. (2004). The pioneer anomaly in the context of the braneworld scenario. *Classical and Quantum Gravity*, 21(13), 3309.
- Bhardwaj, V. K., ve Pradhan, A. (2022). Evaluation of cosmological models in f (R,T) gravity in different dark energy scenario. *New Astronomy*, 91, 101675.
- Bolotin, Y. L., Cherkaskiy, V., Lemets, O., Yerokhin, D., ve Zazunov, L. (2015). Cosmology in terms of the deceleration parameter. part i. *arXiv preprint arXiv:1502.00811*.

- Burko, L. M., ve Khanna, G. (2004). Universality of massive scalar field late-time tails in black-hole spacetimes. *Physical Review D*, 70(4), 044018.
- Caldwell, R. R., Dave, R., ve Steinhardt, P. J. (1998). Cosmological imprint of an energy component with general equation of state. *Physical Review Letters*, 80(8), 1582.
- Capozziello, S., ve Francaviglia, M. (2008). Extended theories of gravity and their cosmological and astrophysical applications. *General Relativity and Gravitation*, 40(2), 357–420.
- Coley, A., ve Goliath, M. (2000). Self-similar spherically symmetric cosmological models with a perfect fluid and a scalar field. *Classical and Quantum Gravity*, 17(13), 2557.
- Einstein, A. (1915). *Erklärung der perihelbewegung des merkur aus der allgemeinen relativitätstheorie*. Gedruckt in der Reichsdruckerei.
- Ellis, G. F., ve Madsen, M. S. (1991). Exact scalar field cosmologies. *Classical and quantum gravity*, 8(4), 667.
- Ferreira, P. G., ve Joyce, M. (1998). Cosmology with a primordial scaling field. *Physical Review D*, 58(2), 023503.
- Gaikwad, N., Borkar, M., ve Charjan, S. (2011). Bianchi type-I massive string magnetized barotropic perfect fluid cosmological model in the bimetric theory of gravitation. *Chinese Physics Letters*, 28(8), 089803.
- Guth, A. H. (1981). Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Physical Review D*, 23(2), 347.
- Halliwell, J. J. (1987). Scalar fields in cosmology with an exponential potential. *Physics Letters B*, 185(3-4), 341–344.
- Harko, T., Lobo, F. S., Nojiri, S., ve Odintsov, S. D. (2011). $f(R,T)$ gravity. *Physical Review D*, 84(2), 024020.
- Hod, S., ve Piran, T. (1998). Late-time tails in gravitational collapse of a self-interacting (massive) scalar-field and decay of a self-interacting scalar hair. *Physical Review D*, 58(4), 044018.
- Hubble, E. (1929). A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the national academy of sciences*, 15(3), 168–173.
- Hussain, I., Jamil, M., ve Mahomed, F. (2012). Noether gauge symmetry approach in $f(r)$ gravity. *Astrophysics and Space Science*, 337(1), 373–377.
- Ivanov, G. (1981). Friedmann cosmological models with a nonlinear scalar field. *Gravitation and Theory of Relativity, Kazan.: Kazan university publishing house*, 54–60.
- Katore, S., ve Hatkar, S. (2016). Bianchi type III and Kantowski-Sachs domain wall

- cosmological models in the $f(R, T)$ theory of gravitation. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2016(3).
- Kiliç, C. B. (1994). Cylindrically symmetric and inhomogeneous cosmological models with viscous fluid, heat flux and electromagnetic field. *Astrophysics and Space Science*, 222(1), 171–179.
- Landau, L., ve Lifshitz, E. (1975). The classical theory of fields. *Course of theoretical physics*, 2.
- Linde, A. D. (1982). A new inflationary universe scenario: a possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. *Physics Letters B*, 108(6), 389–393.
- Linde, A. D. (1983). Chaotic inflation. *Physics Letters B*, 129(3-4), 177–181.
- Linder, E. V. (2010). Einstein's other gravity and the acceleration of the universe. *Physical Review D*, 81(12), 127301.
- Lucchin, F., ve Matarrese, S. (1985). Power-law inflation. *Physical Review D*, 32(6), 1316.
- Mohanty, G., ve Pradhan, B. (1992). Cosmological mesonic viscous fluid model. *International Journal of Theoretical Physics*, 31(1), 151–160.
- Momeni, D., Moraes, P., ve Myrzakulov, R. (2016). Generalized second law of thermodynamics in $f(R, T)$ theory of gravity. *Astrophysics and Space Science*, 361(7), 1–6.
- Momeni, D., Myrzakulov, R., ve Güdekli, E. (2015). Cosmological viable mimetic $f(R)$ and $f(R, T)$ theories via Noether symmetry. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 12(10), 1550101.
- Muslimov, A. (1990). On the scalar field dynamics in a spatially flat Friedman universe. *Classical and Quantum Gravity*, 7(2), 231.
- Myrzakulov, R. (2012). FRW cosmology in $f(R, T)$ gravity. *The European Physical Journal C*, 72(11), 1–9.
- Nagpal, R., Singh, J., ve Aygün, S. (2018). FLRW cosmological models with quark and strange quark matters in $f(R, T)$ gravity. *Astrophysics and Space Science*, 363(6), 1–12.
- Naidu, R. (2019). Bianchi type-II modified holographic Ricci dark energy cosmological model in the presence of massive scalar field. *Canadian Journal of Physics*, 97(3), 330–336.
- Naidu, R., Aditya, Y., ve Reddy, D. (2019). Bianchi type-V dark energy cosmological model in general relativity in the presence of massive scalar field. *Heliyon*, 5(5), e01645.

- Nojiri, S., ve Odintsov, S. D. (2011). Unified cosmic history in modified gravity: from $f(R)$ theory to Lorentz non-invariant models. *Physics Reports*, 505(2-4), 59–144.
- Nojiri, S., Odintsov, S. D., ve Sami, M. (2006). Dark energy cosmology from higher-order, string-inspired gravity, and its reconstruction. *Physical Review D*, 74(4), 046004.
- Olive, K. A. (1990). Inflation. *Physical Review Letters*, 190(6), 307–403.
- Pacif, S. K. J., Myrzakulov, R., ve Myrzakul, S. (2017). Reconstruction of cosmic history from a simple parametrization of H . *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 14(07), 1750111.
- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., Knop, R., Nugent, P., Castro, P. G., ... others (1999). Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2), 565.
- Piran, T. (1986). On general conditions for inflation. *Physics Letters B*, 181(3-4), 238–243.
- Piran, T., ve Williams, R. M. (1985). Inflation in universes with a massive scalar field. *Physics Letters B*, 163(5-6), 331–335.
- Ramesh, G., ve Umadevi, S. (2016). Cosmological models with linearly varying deceleration parameter in $f(R, T)$ gravity. *Astrophysics and Space Science*, 361(1), 1–4.
- Ratra, B., ve Peebles, P. J. (1988). Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field. *Physical Review D*, 37(12), 3406.
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., Clocchiatti, A., Diercks, A., Garnavich, P. M., ... others (1998). Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The Astronomical Journal*, 116(3), 1009.
- Sahoo, P., ve Reddy, R. (2018). LRS Bianchi type-I bulk viscous cosmological models in $f(R, T)$ gravity. *Astrophysics*, 61(1), 134–143.
- Sahu, S. (2011). Tilted LRS Bianchi type-I mesonic stiff fluid cosmological model. *International Journal of Theoretical Physics*, 50(11), 3368–3374.
- Santhi, M. V., Rao, V., ve Aditya, Y. (2017). Kantowski–Sachs scalar field cosmological models in a modified theory of gravity. *Canadian Journal of Physics*, 95(2), 136–144.
- Şen, R., ve Aygün, S. (2017). Bianchi type-I universe in Lyra manifold with quadratic equation of state. *Aip conference proceedings* (Cilt. 1815, s. 080023) içinde.
- Shamir, M. F., Jhangeer, A., ve Bhatti, A. A. (2012a). Conserved quantities in $f(R)$ gravity via noether symmetry. *Chinese Physics Letters*, 29(8), 080402.
- Shamir, M. F., Jhangeer, A., ve Bhatti, A. A. (2012b). Exact solutions of Bianchi types I and V models in $f(R, T)$ gravity. *arXiv preprint arXiv:1207.0708*.
- Sharif, M., ve Ismat Fatima, H. (2016). Noether symmetries in $f(G)$ gravity. *Journal of*

- Experimental and Theoretical Physics*, 122(1), 104–112.
- Sharif, M., ve Jawad, A. (2013). Reconstruction of scalar field dark energy models in Kaluza–Klein universe. *Communications in Theoretical Physics*, 60(2), 183.
- Sharif, M., ve Nawazish, I. (2017). Cosmological analysis of scalar field models in $f(R, T)$ gravity. *The European Physical Journal C*, 77(3), 1–13.
- Sharif, M., ve Zubair, M. (2012). Anisotropic universe models with perfect fluid and scalar field in $f(R, T)$ gravity. *Journal of the Physical Society of Japan*, 81(11), 114005.
- Singh, C., ve Singh, V. (2011). FRW models with perfect fluid and scalar field in higher derivative theory. *Modern Physics Letters A*, 26(20), 1495–1507.
- Singh, C., ve Srivastava, M. (2017). Dynamics of Bianchi V anisotropic model with perfect fluid and scalar field. *Indian Journal of Physics*, 91(12), 1645–1654.
- Singh, G., Bishi, B. K., ve Sahoo, P. (2016). Scalar field and time varying cosmological constant in $f(R, T)$ gravity for bianchi type-I universe. *Chinese journal of physics*, 54(2), 244–255.
- Singh, J. (2009). String cosmological models in Lyra geometry. *International Journal of Theoretical Physics*, 48(3), 905–912.
- Singh, J., ve Ram, S. (1996). Plane-symmetric mesonic viscous fluid cosmological model. *Astrophysics and Space Science*, 236(2), 277–284.
- Singh, J., ve Rani, S. (2015). Bianchi type-III cosmological models in Lyra's geometry in the presence of massive scalar field. *International Journal of Theoretical Physics*, 54(2), 545–560.
- Singh, V., ve Singh, C. (2015). Modified $f(R, T)$ gravity theory and scalar field cosmology. *Astrophysics and Space Science*, 356(1), 153–162.
- Sofuoğlu, D. (2016). Rotating and expanding Bianchi type-IX model in $f(R, T)$ theory of gravity. *Astrophysics and Space Science*, 361(1), 1–7.
- Sofuoğlu, D. (2019). Gödel universe in $f(R, T)$ gravity. *International Journal of Modern Physics D*, 28(07), 1950089.
- Solanke, D. T., ve Karade, T. (2017). Bianchi type I universe filled with scalar field coupled with electromagnetic fields in $f(R, T)$ theory of gravity. *Indian Journal of Physics*, 91(11), 1457–1466.
- Starobinsky, A. A. (1980). A new type of isotropic cosmological models without singularity. *Physics Letters B*, 91(1), 99–102.
- Vakili, B. (2008). Noether symmetry in $f(R)$ cosmology. *Physics Letters B*, 664(1-2), 16–20.