

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI
DOKTORA TEZİ

KURT DELİKLERİ,
KARANLIK ENERJİ VE MADDE İLİŞKİLERİ

Melis AYGÜN

Danışman
Prof. Dr. İhsan YILMAZ

Temmuz, 2007
ÇANAKKALE

**KURT DELİKLERİ,
KARANLIK ENERJİ VE MADDE İLİŞKİLERİ**

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Doktora Tezi

Fizik Bölümü, Genel Fizik Anabilim Dalı

Melis AYGÜN

Danışman

Prof. Dr. İhsan YILMAZ

Temmuz, 2007

ÇANAKKALE

DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

MELİS AYGÜN tarafından **Prof. Dr. İHSAN YILMAZ** yönetiminde hazırlanan “**KURT DELİKLERİ, KARANLIK ENERJİ VE MADDE İLİŞKİLERİ**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Yönetici

Tez İzleme Komitesi Üyesi

Tez İzleme Komitesi Üyesi

Jüri Üyesi

Jüri Üyesi

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Öğrencisi olduğum ilk günden itibaren öğrenimimin her aşamasında ve bu tezin hazırlanmasında sonsuz desteğini benden esirgemeyen, hayatın her alanında beni doğruya teşvik eden değerli danışmanım Sayın Prof. Dr. İhsan YILMAZ'a saygılarımı ve teşekkürlerimi sunmayı borç bilirim.

Melis AYGÜN

SİMGELER VE KISALTMALAR

GR	: Genel relativite teorisi,
TG	: Teleparalel gravitasyon teorisi,
FRW	: Friedmann-Robertson-Walker uzay-zamanı,
VKD	: Visser-Kar Dadhich uzay-zamanı,
η_{ab}	: (1, -1, -1, -1) Minkovski uzay-zaman metriği
δ^a_b	: Kronecker Delta fonksiyonu ($\delta^a_b = g^{ac}g_{cb}$),
g_{ab}	: Uzay-zamanın metrik potansiyeli olup, simetrik bir tensör ($g_{ab} = g_{ba}$),
T^a_b	: Kozmik madde dağılımını tanımlayan enerji momentum tensörü,
G^a_b	: Uzay-zamanın geometrisini veren Einstein alan tensörü,
R^a_b	: Ricci tensörü,
R	: Ricci skaleri ($g^{ab}R_{ab}$),
R_{abcd}	: Riemann Eğrilik Tensörü,
ε_{abcd}	: Tam anti-simetrik birim tensör,
Λ	: Kozmolojik sabit,
κ	: Einstein çiftlenim sabiti ($\frac{8\pi G}{c^4}$),
(;)	: Kovaryant türev,
(')	: x'e göre türev,
(,) veya (∂)	: Kısmi (parçalı) türev,
\mathcal{L}_ξ	: ξ vektörü yönündeki Lie türev operatörüdür.

Signatür -2 (+, -, -, -)'dir.

KURT DELİKLERİ, KARANLIK ENERJİ VE MADDE İLİŞKİLERİ

ÖZET

Bu çalışmada, öncelikle farklı iki uzay-zamanı bir köprü gibi birleştirebileceği düşünülen kurt delikleri ile ilgili genel bilgi verilmiştir. Sonra, gravitasyon teorilerinin temel problemlerinden biri olan enerji-momentum tanımlamaları kullanılarak, genel relativite ve teleparalel gravitasyon teorileri çerçevesinde bazı kurt deliklerine ait enerji-momentum dağılımları hesaplanmıştır. Ayrıca karanlık enerji adaylarından olan hayalet (phantom) enerjili ve Chaplygin gazlı domain wall'lar, genel relativite çerçevesinde statik Gödel evreninde incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar dönen kurt delikleri ile karşılaştırılarak, iki uzay arasındaki bağlantıyı sağlayabilen Gödel-tipi kurt delikleri elde edilmiş ve sonuçlar tartışılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Kurt Delikleri, Enerji-Momentum Dağılımları, Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorisi, Gödel Evreni, Karanlık Enerji.

Hazırlanan bu Doktora tezi TUBITAK tarafından 106T042 no'lu projeden desteklenmiştir.

WORMHOLES, DARK ENERGY AND MATTER RELATIONS

ABSTRACT

In this study, firstly, general information about the wormholes which connect two different space-times regions as a bridge has been given. Then, the energy-momentum distributions of the various wormholes have been obtained by using the energy-momentum prescriptions in the general relativity and teleparallel gravity, one of the more fundamental problems of today physics. Also, Domain walls with Chaplygin gas and phantom energy which are the candidates of the dark energy have been investigated in the Gödel universe in terms of general relativity. Comparing the obtained solutions with the rotating wormholes, Gödel-type wormholes which may connect two universes have been obtained and the results have been discussed.

Key Words: Wormholes, Energy-Momentum Distributions, General Relativity and Teleparallel Gravity, Gödel Universe, Dark Energy.

The present Ph.D. thesis was supported by TUBITAK under the project no of 106T042.

İÇERİK

	Sayfa
TEZ SINAVI SONUÇ BELGESİ.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	iv
ÖZET.....	v
ABSTRACT.....	vi
İÇERİK.....	vii

BÖLÜM 1- GİRİŞ.....1

BÖLÜM 2- BAZI KURT DELİĞİ ÇEŞİTLERİ..... 4

2.1. Sıfır Yoğunluklu (Zero Density) Kurt Delikleri.....	4
2.2. Sıfır Radyal Tedirginlikli (Zero Radial Tides) Kurt Delikleri.....	4
2.3. Konformal Kurt Delikleri.....	5
2.4. Şişen (Inflating) Kurt Delikleri	6
2.5. Friedmann-Robertson-Walker (FRW)Benzeri Kurt Delikleri.....	6
2.6. Visser-Kar-Dadhich (VKD)Kurt Delikleri.....	7
2.7. Hawking Kurt Delikleri.....	7
2.8. Dönen Kurt Delikleri.....	7

BÖLÜM 3- GENEL RELATİVİTE VE TELEPARALEL GRAVİTASYON TEORİLERİNDE ENERJİ-MOMENTUM TANIMLAMALARI.....9

3.1. Genel Relativite Teorisinde Enerji-Momentum Tanımları.....	9
3.1.1. Einstein Enerji-Momentum Tanımı.....	11
3.1.2. Bergmann-Thomson Enerji-Momentum Tanımı.....	12
3.1.3. Landau-Lifshitz Enerji-Momentum Tanımı.....	13
3.1.4. Møller Enerji-Momentum Tanımı.....	13

3.1.5. Tolman Enerji-Momentum Tanımı.....	14
3.1.6. Weinberg Enerji-Momentum Tanımı.....	15
3.2. Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Enerji-Momentum Tanımları.....	15
3.2.1. Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz Enerji-Momentum Tanımları.....	18
3.2.2. Møller Enerji-Momentum Tanımı.....	19
3.3. Çeşitli Kurt Deliklerinin Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Møller Enerji Dağılımları.....	20
3.3.1. Genel Küresel Simetrik Uzay-Zamanın Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Møller Enerjisi.....	21
3.3.1.1. Sıfır Yoğunluklu Kurt Deliklerinin Møller Enerjileri.....	23
3.3.1.2. Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurt Deliklerinin Møller Enerjileri.....	24
3.3.1.3. Konformal Kurt Deliklerinin Møller Enerjileri.....	25
3.3.1.4. Şişen Kurt Deliklerinin Møller Enerjileri.....	26
3.3.1.5. FRW Benzeri Kurt Deliklerinin Møller Enerjileri.....	27
3.3.1.6. Visser-Kar-Dadhich Kurt Deliklerinin Møller Enerjileri.....	28
3.4. Hawking Kurt Deliklerinin Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorilerisindeki Enerji-Momentum Dağılımları.....	30
3.4.1. Genel Relativitede Hawking Kurt Deliklerinin Enerji-Momentum Dağılımları.....	30
3.4.2. Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Hawking Kurt Deliklerinin Enerji-Momentum Dağılımları.....	34

BÖLÜM 4- GÖDEL-TİPİ KURT DELİĞİ ÇÖZÜMLERİ.....	38
4.1. Einstein Alan Denklemleri ve Çözüm Yöntemleri.....	38
4.2. Gödel-Tipi Kurt Deliklerinin Einstein Alan Denklemleri ve Çözümleri.....	39
BÖLÜM 5- SONUÇLAR VE TARTIŞMA.....	49
5.1. Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Çeşitli Kurt Deliklerinin Møller Enerji Sonuçları.....	49
5.2. Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Hawking Kurt Deliklerinin Enerji-Momentum Dağılımı Sonuçları.....	51
5.3. Gödel-Tipi Kurt Deliği Sonuçları.....	55
KAYNAKLAR.....	58
ÇİZELGELER.....	I
ŞEKİLLER.....	II
YAŞAM ÖYKÜSÜ.....	III

BÖLÜM 1

GİRİŞ

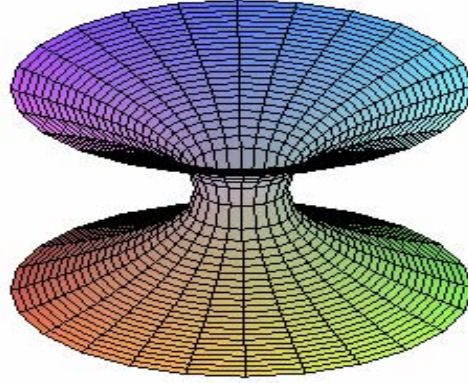
Kurt delikleri fikri, 1935 yılında Einstein ve Rosen tarafından, Schwarzschild çözümünden yola çıkılarak, uzay-zamanın farklı iki parçasını birleştirecek bir “köprü” tasarlanmasına dayanmaktadır (Einstein ve Rosen, 1935). Bilindiği gibi Einstein alan eşitliklerinin küresel simetrik vakum çözümünden elde edilen Schwarzschild metriği

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (1)$$

olarak verilmektedir. Schwarzschild çözümü $r = 0$ ve $r = 2M$ noktalarında tekillığe sahiptir. Bu tekilliklerden kurtulmak amacıyla Einstein ve Rosen, (1) metriğine $v^2 = r - 2M$ koordinat dönüşümünü uygulayarak tekillsiz ve ufuksuz, sonlu metrik potansiyellere sahip

$$ds^2 = \left(\frac{v^2}{v^2 + 2M}\right) dt^2 - 4(v^2 + 2M) dv^2 - (v^2 + 2M)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (2)$$

şeklindeki geometrik yapıyı elde etmişlerdir. “Einstein-Rosen Köprüsü” olarak bilinen bu geometrik yapı uzay-zamanın farklı parçalarına açılan iki “ağız” ve bu ağızları birleştiren bir “boğaz”dan meydana gelmektedir. İlk olarak, bu geometrik yapılar için “kurt deliği” yani “wormhole” isminin kullanılması ise 1957’de Misner ve Wheeler tarafından yapılan bir çalışmada kaydedilmiştir (Misner ve Wheeler, 1957).



Şekil 1.1. Einstein-Rosen Köprüsü

Kurt delikleri farklı uzay-zaman bölgelerini birleştirdiklerinden, başka evrenlere geçmenin bir yolu da olabilirler. Bu sebeple kurt delikleri zaman makinesi ile ilgili çalışmalarda da sıkça ele alınmaktadır (Guts, 1996). Teorik olarak evrende çok sayıda kurt deliği olduğu düşünülmektedir. Ancak bunlar Planck ölçeği boyutlarındadır (Lemos ve diğ., 2003). Dolayısıyla bu kadar küçük boyutlu geometrik yapıların içinden geçerek yolculuk yapmak imkansızdır. İlk kez Morris ve Thorne (1988), “egzotik madde”lerce desteklenmesi halinde kurt deliklerinin geçilebilir büyüklüğe sahip olacağını göstermişlerdir. Karanlık enerji, hayalet enerji, domain wall, Chaplygin gaz, takyon gibi pozitif enerji yoğunluklu ve negatif basınçlı maddelere egzotik madde denmektedir (Lobo, 2006).

En genel statik küresel simetrik Lorentzian kurt deliği metriği

$$ds^2 = e^{2f(r)} dt^2 - \left(1 - \frac{b(r)}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (3)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada $f(r)$ kırmızıya kaymayı ve $b(r)$ ise kurt deliğinin şeklini belirleyen keyfi fonksiyonları göstermektedirler. Kurt deliğinin geçilebilir olabilmesi için r koordinatı, r_0 kurt deliğinin boğaz yarıçapı olmak üzere

$r_0 \leq r < +\infty$ aralığında değerler almalıdır. $f(r)$ kırmızıya kayma fonksiyonunun her yerde sonlu değerlere sahip olması gerekirken, $b(r)$ Şekil fonksiyonu ise aşağıda verilen koşulları sağlamalıdır (Morris ve Thorne, 1988).

$$b(r_0) = r_0 \quad (4)$$

$$b'(r_0) < 1 \quad (5)$$

$$b(r) < r, \quad r > r_0 \quad (6)$$

Morris ve Thorne'nin egzotik maddelerce desteklenmesi ve yukarıda bahsedilen koŐulların sağlanması halinde, kurt deliklerinin geçilebilir özelliklere sahip olacağını göstermesiyle bu konuya olan ilgi giderek artmıŐtır. Örneğin Visser (1989), ince-kabuk (thin-shell) formalizasyonu uygulayarak küresel simetriyi içermeyen kübik ve polihedral kurt delikleri modellerini önermiŐ, daha sonra Hochberg ile birlikte "boğaz" yapısını 2-boyutlu hiper-yüzeyleeri kullanarak geliŐtirmiŐtir (Hochberg ve Visser, 1997). De Benedictis ve Das (2001) küresel simetrik kurt deliklerinin genel sınıflandırmasını yapmıŐlardır. Roman (1993) Şişen (inflating) kurt deliklerini tanımlamış ve geçilebilir özelliklere sahip olduğunu öne sürmüŐtür. Kar ve Sahdev (1996) kurt delikleri fiziğinde ilk kez konformal yaklaşım kullanmıŐtır. Teo (1998) durgun ve eksensel simetrik dönme yapan kurt deliklerinin genel formunu ortaya koymuŐtur, Kuhfitting (2003) ise bu yapıların enerji Şartlarını ve detaylı incelemesini yapmıŐtır. Clement (1997) kozmik sicimli kurt deliği çözümlünü elde etmiŐtir. Kurt deliklerinin entropileri ve termodinamik özellikleri ise Hong ve Kim (2006) tarafından incelenmiştir.

BÖLÜM-2

BAZI KURT DELİĞİ ÇEŞİTLERİ

Kurt deliği fiziğinin gelişim süreci içinde kurt delikleri büyüklükleri, geçilebilir özellikleri ve oluşturdukları geometriler gibi farklı özellikleri dikkate alınarak birçok kez sınıflandırılmışlardır (Adamiak, 2005). Geometrik özelliklerine göre bazı kurt deliği çeşitleri kısaca aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

2.1. Sıfır Yoğunluklu (Zero Density) Kurt Delikleri

Küresel simetrik kurt deliklerinin geçilebilir özelliğe sahip olabilmesi için $b(r)$ şekil fonksiyonunun yukarıda da bahsettiğimiz gibi (4)-(6) denklemleri ile verilen şartları sağlaması gerekmektedir. Bu denklemler dikkate alındığında şekil fonksiyonuna göre en basit kurt deliği geometrisi $b(r) = r_0$ durumunda söz konusu olmaktadır ve bu geometriyi gösteren metrik

$$ds^2 = e^{2f(r)} dt^2 - \frac{dr^2}{1 - r_0/r} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (7)$$

şeklindedir. Şekil fonksiyonunun sabit bir fonksiyon olduğu bu kurt deliklerine sıfır yoğunluklu kurt delikleri denmektedir. Bu ismin kullanılması ise, (7) metriği için Einstein alan denklemlerinin çözümlenmesi halinde enerji yoğunluğunun $\rho = 0$ bulunmasına dayanmaktadır (Adamiak, 2005).

2.2. Sıfır Radyal Tedirginlikli (Zero Radial Tides) Kurt Delikleri

Küresel simetrik kurt deliklerinin geçilebilir olmalarına bir diğer etken kırmızıya kayma fonksiyonunun sonlu değerler almasıdır. Sıfır yoğunluklu kurt deliklerine benzer şekilde, kırmızıya kayma fonksiyonu dikkate alınarak en basit kurt deliği örneklerinden biri de $f(r) = 0$ durumunda elde edilebilir. Bu geometriyi gösteren metrik

$$ds^2 = dt^2 - \frac{dr^2}{1 - b(r)/r} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (8)$$

şeklindedir. Bu tür kurt deliklerine sıfır radyal tedirginlikli kurt delikleri denmektedir. Bu tür kurt delikleri radyal doğrultuda herhangi bir gelgite sahip olmazlar veya bu yönde hareket etmezler (Adamiak, 2005).

2.3. Konformal Kurt Delikleri

Bir metrik uzaydaki bazı geometrik nesnelere $\bar{x}^a = x^a + \epsilon \xi^a(x^b)$ dönüşümü altındaki davranışlarıyla belirlenen bazı önemli simetri özellikleri vardır. Bu simetrilere birçoğu fiziksel ve/veya geometrik anlama sahiptirler. Riemann uzayına ait simetrilere birisi olan konformal simetrisi en genel formuyla

$$\mathcal{L}_\xi g_{ab} = \overline{g_{ab}} = \Omega^2 g_{ab} \quad (9)$$

şeklinde tanımlanan bağıntılardır. Burada Ω konformal faktör, g_{ab} Riemann uzayında tanımlı metrik tensör ve $\xi = \xi^a(x^b) \frac{\partial}{\partial x^a}$ simetriyi doğuran vektör alanıdır. $\mathcal{L}_\xi g_{ab}$; g_{ab} metrik tensörünün ξ vektör alanı yönündeki Lie türevi olup

$$\mathcal{L}_\xi g_{ab} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} \left[\bar{g}_{ab} - g_{ab} \right] \quad (10)$$

şeklinde tanımlanır. Burada \bar{g}_{ab} , dönüşmüş koordinatlardaki metrik tensördür (Wald, 1984). Kurt deliği fiziğinde konformal yaklaşımı ilk kez 1996'da Kar ve Sahdev uygulamış ve aşağıdaki konformal kurt delikleri modelini önermişlerdir (Kar ve Sahdev, 1996; Kar, 1994):

$$ds^2 = \Omega^2(t) \left[dt^2 - \frac{dr^2}{1-b(r)/r} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (11)$$

Buradaki Ω konformal faktörü; düzgün (smooth), sonlu ve pozitif bir fonksiyondur.

2.4. Şişen (Inflating) Kurt Delikleri

Küresel simetrik statik kurt delikleri ve de-Sitter kozmolojik modelinin birlikte düşünülmesiyle elde edilen kurt deliklerine şişen kurt delikleri denmektedir. Zamana bağlı olarak ani genişleyen bu geometrik yapılar

$$ds^2 = e^{2f(r)} dt^2 - e^{2\chi t} \left[\frac{dr^2}{1-b(r)/r} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (12)$$

şeklinde ifade edilmektedirler. Burada $e^{2\chi t}$ de-Sitter kozmolojik modelinin ölçüt faktörüdür ve χ ise kozmolojik sabite $\chi = \sqrt{\Lambda/3}$ şeklinde bağlı sabittir. Roman (1993) mikroskobik boyutlardaki kurt deliklerinin şişme (inflation) yoluyla makroskobik büyüklüğe, dolayısıyla da geçilebilir özelliğe sahip olup olamayacağını araştırmış ve bu kurt deliği çeşidini önermiştir.

2.5. Friedmann-Robertson-Walker (FRW) Benzeri Kurt Delikleri

Kozmolojik kurt deliği de denilen bu kurt deliği çeşidi iki ayrı uzay-zamanın birleşiminden elde edilir. Statik kurt delikli Friedmann-Robertson-Walker (FRW) uzay-zamanı

$$ds^2 = e^{2f(r)} dt^2 - R^2(t) \left[\frac{dr^2}{1-kr^2-b(r)/r} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (13)$$

şeklinindedir. Burada $R(t)$ evrenin ölçüt faktörü, k ise uzay-zamanın eğriliğini gösteren 0, 1 ve -1 değerlerini alan sabittir (Li-Xin Li, 2001).

2.6. Visser-Kar-Dadhich (VKD) Kurt Delikleri

Visser- Kar-Dadhich (VKD) kurt deliği metriği

$$ds^2 = e^{2f(r)} dt^2 - \frac{dr^2}{1 - 2m/r} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (14)$$

şeklindedir. Visser, Kar ve Dadhich (2003), kurt delikleri ile ilgili çalışmalarında kurt deliklerini enerji şartlarını dikkate alarak sınıflandırdıktan sonra geçilebilir kurt deliklerinin oluşturulabilmesi için sadece az miktar egzotik maddenin kullanılması sonucuna varmışlardır. Dikkate aldıkları tüm modeller özel Schwarzschild modelleridir. Statik kurt deliklerinin şekil fonksiyonu $b(r) = 2m$ olması halinde elde edilen kurt deliklerine VKD kurt delikleri denmiştir.

2.7. Hawking Kurt Delikleri

Hawking kurt delikleri uzay-zamanı

$$ds^2 = \left(1 - \frac{b^2}{\xi^2}\right)^2 \left(g^2 \xi^2 \cos^2 \theta dt^2 - d\xi^2 - \xi^2 d\Omega^2\right) \quad (15)$$

olarak ifade edilmektedir (Culetu, 2003). Bu tür kurt delikleri aslında kütesiz skaler alanlı Einstein alan eşitliklerinin konformal çözümünden elde edilmiştir (Culetu,1990). (15) eşitliğiyle tanımlanan Hawking kurt deliklerinin geometrisi statik küresel simetriktir ve Rindler koordinatlarında verilmektedir. Bu tür kurt deliklerinin boğaz yarıçapı Planck uzunluğu boyutlarındadır (Culetu, 2006).

2.8. Dönen Kurt Delikleri

1963 yılında Kerr tarafından dönen kara delik çözümünün yapılması, benzer şekilde kurt delikleri içinde dönen bir model oluşturulmasının önünü açmıştır. Teo (1998) genel eksensel simetrik uzay-zamanda dönen kurt deliğini tanımlamış ve

ayrıca egzotik maddeye gereksinim olmadan geçilebilir özelliğe sahip olabilecek bir kurt deliği örneğini de önermiştir. Genel dönen kurt deliği uzay-zamanı

$$ds^2 = N^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{b}{r}} - r^2 K^2 [d\theta^2 + \sin^2 \theta (d\phi - \omega dt)^2] \quad (16)$$

şeklindedir (Teo, 1998). Burada N , b , K ve ω keyfi fonksiyonları r ve θ 'ya bağlıdır. Ayrıca ω açısal hızı göstermektedir. Eğer açısal hız koordinatlardan bağımsız olursa ya da başka bir deyişle sabit değerler alırsa, (16) metriği bu durumda katı rotasyon yapan kurt deliği uzay-zamanını göstermektedir.

Bu çalışmanın üçüncü bölümünde genel relativite ve teleparalel gravitasyon teorilerinde, enerji-momentum tanımlamaları ile ilgili bilgi verilerek, öncelikle bazı kurt deliği çeşitlerinin Møller enerjileri hem genel relativite hem de teleparalel gravitasyon teorisi kapsamında incelenecektir. Daha sonra, yine kurt deliği çeşitlerinden olan Hawking kurt deliklerinin sırasıyla Bergmann-Thomson, Einstein, Landau-Lifshitz ve Møller enerji ve momentum dağılımları, genel relativite ve teleparalel gravitasyon teorileri kapsamında araştırılacaktır. Dördüncü bölümde karanlık enerji adaylarından olan hayalet enerji ve Chaplygin gazlı domain wall'ların Gödel evrenindeki tam çözümleri verilecektir. Daha sonra ise elde edilen sonuçların geometrik ve fiziksel özellikleri tartışılacaktır.

BÖLÜM 3

3. GENEL RELATİVİTE VE TELEPARALEL GRAVİTASYON TEORİLERİNDE ENERJİ-MOMENTUM TANIMLAMALARI

Genel relativite teorisi; Einstein'ın 1907'de, çekim ve ivmeli hareketin eşit olduğunu gözlemlemesinden sonra geçen uzun bir çalışması sonucu ortaya çıkmıştır. 1915 yılında tamamladığı bu teori ile Einstein, düz uzay ve mutlak zaman yerine eğrilikli uzay-zamanda yaşadığımızı göstermek istemiş ve açıklanamayan çekim kökenli olaylara (merkür'ün enberi noktasının ilerlemesi, ışığın kütleli cisimler yakınından geçerken sapması, tayf çizgilerinin gravitasyonel kırmızıya kayması, v.b.) mantıklı açıklamalar getirmiştir. Bu teori, fiziksel olayların incelendikleri referans sistemlerinden bağımsız olması gerektiğini söyleyen “Genel Kovaryans Prensi” ile eylemsizlik kuvvetlerinin bir gravitasyonel alanla eşdeğer olduğunu savunan “Eşdeğerlik Prensi”ne dayanmaktadır. Bu prensiplerden yola çıkılarak genel relativitenin temel denklemleri olan ve madde dağılımına karşılık gelen uzay-zaman geometrisini veren Einstein alan denklemleri formüle edilmiştir. Genel relativite teorisinde uzay-zamanın eğriliğini Riemann eğrilik tensörleri ifade etmekte ve dönüşümlerde ise bağlantı katsayıları olarak Christoffel sembolleri kullanılmaktadır.

Diğer taraftan bir başka gravitasyon teorisi olan teleparalel gravitasyon teorisi ise yine Einstein tarafından ortaya koyulmuş olan ve gravitasyonun tetrad teorisi olarak da adlandırılan alternatif bir teoridir. Bu teoride temel alanlar skaler alanları da ifade edebilen tetrad alanlarıdır. Genel relativiteden farklı olarak uzay-zamanın eğriliği bükme-bükülme yani “torsion” tensörüyle ifade edilir ve bağlantı katsayıları tetrad alanlarına bağlı olan Weitzenböck bağlantı katsayılarıdır. Teleparalel gravitasyon teorisi aynı zamanda günümüzdeki en geçerli gravitasyon teorisi olan genel relativiteninde eşdeğeri olarak görülmektedir.

1. Genel Relativite Teorisinde Enerji-Momentum Tanımları

Bilindiği gibi genel relativitenin (GR) en ilgi çekici ve temel problemlerinden birisi enerji-momentumun lokalizasyonu yani yerelleştirilmesidir. Fizik teorilerinin

korunumlu birer niceliği olan enerji ve momentuma ait tanımlamalar genel relativite teorisi kapsamında uzun yıllardır araştırılmaktadır. Genel relativite teorisinde enerji-momentum korunumu kanunu

$$T_{a;b}^b = 0, \quad (a, b = 0,1,2,3) \quad (17)$$

olarak verilmektedir. Burada T_a^b enerji-momentum tensörüdür ve noktalı virgül “;” kovaryant türevi göstermektedir. (17) denklemini gravitasyonu da içerecek şekilde açık olarak

$$\frac{\partial}{\partial x^b} \left[\sqrt{-g} (T_a^b + t_a^b) \right] = 0 \quad (18)$$

şeklinde yazılabilir. Einstein tarafından formüle edilmiş olan bu eşitlik büyük ölçekteki (global) enerji-momentum korunumu olarak adlandırılır. Ayrıca buradaki t_a^b niceliği, madde ve gravitasyonel alanın varlığında korunum denklemine ek olarak gelen gravitasyonel alan pseudo-tensörüdür. Buradan yola çıkılarak gravitasyonel alan veya olmayan alan varlığında korunum kanunlarını sağlayacak ve aynı zamanda da fiziksel anlamlı ve tutarlı bir enerji-momentum tanımının bulunabilmesi için pek çok çalışma yapılmıştır. Bu bağlamda genel relativistik sistemin enerji, momentum ve açısal momentumunu ifade edebilmek için, Einstein (1915) kendisi Einstein enerji-momentum tanımını sunmuştur. Einstein'dan sonra Tolman (1934), Papapetrou (1948), Bergmann-Thomson (1953), Møller (1958; 1961), Weinberg (1972), Landau-Lifshitz (1987) ve Qadir-Sharif (1992) gibi araştırmacılar tarafından çeşitli tanımlar önerilmiştir. Bu tanımlamalar seçilen koordinat sistemine göre anlam kazanırken, sadece Møller enerji-momentum tanımı tüm koordinat sistemlerinde geçerli, yani koordinat sistemlerinden bağımsızdır (Møller, 1958). Møller enerji-momentum tanımı dışındakiler ancak koordinat sisteminin “Kartezyen” koordinatlar seçilmesi durumunda anlamlı ve tutarlı olurlar. Genel relativite teorisindeki bazı enerji-momentum tanımları aşağıdaki şekilde kısaca özetlenmektedir.

3.1.1. Einstein Enerji-Momentum Tanımı

Genel relativite teorisi kapsamında Einstein enerji-momentumu

$${}_{\text{GR}} E_{\mu}^{\nu} = \frac{1}{16\pi} H_{\mu,\alpha}^{\nu\alpha} \quad (19)$$

olarak tanımlanmaktadır (Einstein, 1915). Burada Einstein süper-potansiyeli $H_{\mu}^{\nu\alpha}$ üst iki indisine göre anti-simetrik bir tensördür ve

$$H_{\mu}^{\nu\alpha} = -H_{\mu}^{\alpha\nu} = \frac{g_{\mu\beta}}{\sqrt{-g}} \left[-g \left(g^{\nu\beta} g^{\alpha\xi} - g^{\alpha\beta} g^{\nu\xi} \right) \right]_{,\xi} \quad (20)$$

şeklinde tanımlanır. (19) eşitliğinde ${}_{\text{GR}} E_0^0$ enerji yoğunluğunu, ${}_{\text{GR}} E_{\mu}^0$ momentum yoğunluğu bileşenlerini ve ${}_{\text{GR}} E_0^{\nu}$ enerji akı yoğunluğu bileşenlerini göstermektedir. Einstein enerji-momentum bileşenleri

$$P_{\mu} = \iiint {}_{\text{GR}} E_{\mu}^0 dx dy dz \quad (21)$$

şeklinindedir. Gauss teoremi ve (21) eşitliğinin birlikte kullanılmasıyla, bu bileşenler yüzey integrali cinsinden

$$P_{\mu} = \frac{1}{16\pi} \iint H_{\mu}^{0\alpha} \eta_{\alpha} dS \quad (22)$$

şeklinde elde edilirler. P_1, P_2, P_3 ve P_0 sırasıyla toplam momentum bileşenleri ve toplam enerjiyi göstermektedir. η_{α} ise dS yüzey elemanına dik birim normal vektördür.

3.1.2. Bergmann-Thomson Enerji-Momentum Tanımı

Bergmann-Thomson enerji-momentumu

$${}_{GR} B^{\mu\nu} = \frac{1}{16\pi} \Pi^{\mu\nu\alpha} \quad (23)$$

olarak tanımlanmaktadır (Bergmann ve Thomson, 1953). Burada $\Pi^{\mu\nu\alpha}$ Bergmann-Thomson süper-potansiyeli

$$\Pi^{\mu\nu\beta} = g^{\mu\alpha} V_{\alpha}^{\nu\beta} \quad (24)$$

ve

$$V_{\alpha}^{\nu\beta} = -V_{\alpha}^{\beta\nu} = \frac{g_{\alpha\xi}}{\sqrt{-g}} \left[-g \left(g^{\nu\xi} g^{\beta\rho} - g^{\beta\xi} g^{\nu\rho} \right) \right]_{,\rho} \quad (25)$$

şeklindedir. ${}_{GR} B^{00}$ enerji yoğunluğunu, ${}_{GR} B^{\mu 0}$ momentum yoğunluğu bileşenlerini ve ${}_{GR} B^{0\nu}$ enerji akı yoğunluğu bileşenlerini göstermektedir. Bergmann-Thomson enerji-momentum bileşenleri

$$P^{\mu} = \iiint {}_{GR} B^{\mu 0} dx dy dz \quad (26)$$

şeklindedir. Gauss teoremi ve (26) eşitliğinin birlikte kullanılmasıyla, bu bileşenler yüzey integrali cinsinden

$$P^{\mu} = \frac{1}{16\pi} \iint \Pi^{\mu 0\alpha} \eta_{\alpha} dS \quad (27)$$

olarak elde edilir. P_1, P_2, P_3 ve P_0 sırasıyla toplam momentum bileşenleri ve toplam enerjii göstermektedir. η_{α} ise dS yüzey elemanına dik birim normal vektördür.

3.1.3. Landau-Lifshitz Enerji-Momentum Tanımı

Landau-Lifshitz enerji-momentumu

$${}_{\text{GR}} L^{\mu \alpha} = \frac{1}{16\pi} S^{\mu \nu \alpha \beta} \quad (28)$$

şeklindedir (Landau ve Lifshitz,1987). Burada

$$S^{\mu \nu \alpha \beta} = -g(g^{\mu \alpha} g^{\nu \beta} - g^{\mu \beta} g^{\nu \alpha}) \quad (29)$$

olarak tanımlanmaktadır. ${}_{\text{GR}} L^{00}$ enerji yoğunluğunu, ${}_{\text{GR}} L^{\mu 0}$ momentum yoğunluğu bileşenlerini ve ${}_{\text{GR}} L^{0\nu}$ enerji akı yoğunluğu bileşenlerini göstermektedir. Landau-Lifshitz enerji-momentum bileşenleri ise

$$P^{\mu} = \iiint_{\text{GR}} L^{\mu 0} dx dy dz \quad (30)$$

şeklindedir. Gauss teoremi ve (30) eşitliğinin birlikte kullanılmasıyla, bu bileşenler yüzey integrali cinsinden

$$P^{\mu} = \frac{1}{16\pi} \iint S^{\mu \nu 0 \alpha} \eta_{\nu} dS \quad (31)$$

elde edilirler. P_1, P_2, P_3 ve P_0 sırasıyla toplam momentum bileşenleri ve toplam enerjiyi göstermektedir. η_{ν} ise dS yüzey elemanına dik birim normal vektördür.

3.1.4. Møller Enerji-Momentum Tanımı

Møller enerji-momentumu

$${}_{\text{GR}} M_{\mu}^{\alpha} = \frac{1}{8\pi} \Omega_{\mu, \nu}^{\alpha \nu} \quad (32)$$

olarak tanımlanmaktadır (Møller, 1958; 1961). Burada $\Omega_{\alpha}^{\mu\nu}$ Moller süper-potansiyeli

$$\Omega_{\mu}^{\nu\sigma} = -\Omega_{\mu}^{\sigma\nu} = \sqrt{-g}(\mathbf{g}_{\mu\alpha,\beta} - \mathbf{g}_{\mu\beta,\alpha})\mathbf{g}^{\nu\beta}\mathbf{g}^{\alpha\sigma} \quad (33)$$

şeklindedir. ${}_{\text{GR}}M^{00}$ enerji yoğunluğunu, ${}_{\text{GR}}M^{\mu 0}$ momentum yoğunluğu bileşenlerini ve ${}_{\text{GR}}M^{0\nu}$ enerji akı yoğunluğu bileşenlerini göstermektedir. Møller enerji-momentum bileşenleri

$$P_{\mu} = \iiint_{\text{GR}} M_{\mu}^0 dx dy dz \quad (34)$$

şeklindedir. Gauss teoremi ve (34) eşitliğinin birlikte kullanılmasıyla, bu bileşenler yüzey integrali cinsinden

$$P_{\mu} = \frac{1}{8\pi} \iint \Omega_{\mu}^{0\alpha} \eta_{\alpha} dS \quad (35)$$

elde edilirler. P_1, P_2, P_3 ve P_0 sırasıyla toplam momentum bileşenleri ve toplam enerjiyi göstermektedir. η_{ν} ise dS yüzey elemanına dik birim normal vektördür.

3.1.5. Tolman Enerji-Momentum Tanımı

Tolman enerji-momentumu

$${}_{\text{GR}}\mathfrak{J}_{\mu}^{\alpha} = \frac{1}{8\pi} F_{\mu,\nu}^{\alpha} \quad (36)$$

şeklindedir (Tolman, 1934). Burada

$$F_{\mu}^{\nu\sigma} = \sqrt{-g} \left[-g^{\rho\nu} \left(\Gamma_{\mu\rho}^{\sigma} + \frac{1}{2} \delta_{\mu}^{\sigma} \Gamma_{\rho a}^a + \frac{1}{2} \delta_{\rho}^{\sigma} \Gamma_{a\mu}^a \right) \right] + \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} \delta_{\mu}^{\nu} g^{\rho m} \left(-\Gamma_{\rho m}^{\sigma} + \frac{1}{2} \delta_{\rho}^{\sigma} \Gamma_{a m}^a + \frac{1}{2} \delta_{m}^{\sigma} \Gamma_{\rho a}^a \right) \right] \quad (37)$$

olur. ${}_{GR} \mathfrak{T}^{00}$ enerji yoğunluğunu, ${}_{GR} \mathfrak{T}^{\mu 0}$ momentum yoğunluğu bileşenlerini ve ${}_{GR} \mathfrak{T}^{0\nu}$ enerji akı yoğunluğu bileşenlerini göstermektedir. Tolman tanımına göre enerji ve momentum bileşenleri ise

$$P_{\mu} = \iiint_{GR} \mathfrak{T}_{\mu}^0 dx dy dz \quad (38)$$

şeklindedir. Gauss teoremi ve (38) eşitliğinin birlikte kullanılmasıyla, bu bileşenler yüzey integrali cinsinden

$$P_{\mu} = \frac{1}{8\pi} \iint F_{\mu}^{0\alpha} \eta_{\alpha} dS \quad (39)$$

şeklinde elde edilir. P_1, P_2, P_3 ve P_0 sırasıyla toplam momentum bileşenleri ve toplam enerjiyi göstermektedir. η_{α} ise dS yüzey elemanına dik birim normal vektördür.

3.1.6. Weinberg Enerji-Momentum Tanımı

Weinberg enerji-momentumu

$${}_{GR} W^{\mu\nu} = \frac{1}{16\pi} K_{,\alpha}^{\mu\nu\alpha} \quad (40)$$

şeklindedir (Weinberg, 1972). Burada

$$K^{\mu\nu\alpha} = -K^{\nu\mu\alpha} = \frac{\partial h_{\beta}^{\nu\alpha}}{\partial x_{\mu}} \eta^{\nu\alpha} - \frac{\partial h_{\beta}^{\mu\alpha}}{\partial x_{\nu}} \eta^{\mu\alpha} - \frac{\partial h^{\beta\mu}}{\partial x^{\beta}} \eta^{\nu\alpha} + \frac{\partial h^{\beta\nu}}{\partial x^{\beta}} \eta^{\mu\alpha} + \frac{\partial h^{\mu\alpha}}{\partial x_{\nu}} - \frac{\partial h^{\nu\alpha}}{\partial x_{\mu}} \quad (41)$$

ve

$$h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu} \quad (42)$$

şeklindedir. ${}_{GR}W^{00}$ enerji yoğunluğunu, ${}_{GR}W^{\alpha 0}$ momentum yoğunluğu bileşenlerini göstermektedir. Weinberg tanımına göre enerji ve momentum bileşenleri ise

$$P_{\mu} = \iiint W_{\mu}^0 dx dy dz \quad (43)$$

şeklindedir.

Ayrıca bu enerji-momentum komplekslerinin tümü enerji-momentum korunum denklemini de sağlamaktadırlar.

3.2. Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Enerji-Momentum Tanımları

Genel relativiteye alternatif bir yaklaşım olan teleparalel gravitasyon teorisi (TG) aslında Weitzenböck geometrisine bağlı dönüşüm gruplarının ayar (gauge) teorisine karşılık gelmektedir (Weitzenböck, 1923). Bu teoride gravitasyon, kuvvet gibi rol oynayan ve eğrilik tensörünün hemen hemen yok olmasına neden olan bükme-bükülme ile yani “torsion” ile ifade edilir (Hayashi ve Shirafuji, 1979). Temel alanlar aşık olmaya (non-trivial) tetrad alanlarıdır (Andrade ve Pereira, 1997). Daha sade şekilde gravitasyonun tetrad teorisi de denilebilir. Genel relativitede kullanılan temel eşitliklerin teleparalel gravitasyon teorisindeki eşdeğerleri aşağıdaki şekilde özetlenebilir (Vargas, 2004). Ayar dönüşümler, teğet (tanjant) koordinatların dönüşümleri şeklinde tanımlanır:

$$x^a \rightarrow \bar{x}^a = x^a + b^a \quad (44)$$

Burada $b^a(x^{\nu})$ dönüşüm parametresidir. Sonsuz küçük dönüşümler

$$\delta x^a = \delta b^c P_c x^a \quad (45)$$

şeklindedir ve dönüşüm doğurucuları $P_c = \frac{\partial}{\partial x^c}$ 'dir. $\Phi(x^v)$ skaler alanının kovaryant türevleri

$$\Phi_{;v} = h^a{}_v \partial_a \Phi \quad (46)$$

olur ve burada

$$h^a{}_v = \partial_v x^a + B^a{}_v \quad (47)$$

tetrad alanlarını göstermektedir ve $B^a{}_v$ dönüşen ayar (gauge) potansiyelleridir (Andrade ve Pereira, 1997). (47) eşitliğiyle verilen tetrad alanları aynı zamanda ortogonalite şartını sağlamaktadır yani

$$g_{\mu\nu} = \eta_{ab} h^a{}_\mu h^b{}_\nu. \quad (48)$$

Tetrad alan tensörlerinin komşu iki nokta arasındaki paralel taşınması kovaryant türevle ifade edilebilir ve

$$h^a{}_{v;\mu} = \partial_\mu h^a{}_v - W_{\mu\nu}^\alpha h^a{}_\alpha \quad (49)$$

şeklindedir. Burada

$$W_{\mu\nu}^\alpha = h^a{}_\alpha \partial_\mu h^a{}_v \quad (50)$$

olarak verilen Weitzenböck bağlantı katsayılarıdır. Bükme-bükülme yani “torsion” bu katsayılarla bağlı olarak

$$T_{\mu\nu}^\rho = W_{\nu\mu}^\rho - W_{\mu\nu}^\rho \quad (51)$$

şeklindedir. Bunlar kullanılarak aşağıdaki şekilde çeşitli enerji-momentum tanımları elde edilmiştir.

3.2.1. Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz Enerji-Momentum Tanımları

Einsten, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji-momentumları, teleparalel gravitasyon teorisi kapsamında sırasıyla;

$$hE^{\mu}_{\nu} = \frac{1}{4\pi} \partial_{\lambda} (U_{\nu}^{\mu\lambda}), \quad (52)$$

$$hB^{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} \partial_{\lambda} (g^{\mu\beta} U_{\beta}^{\nu\lambda}), \quad (53)$$

$$hL^{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} \partial_{\lambda} (h g^{\mu\beta} U_{\beta}^{\nu\lambda}) \quad (54)$$

olarak tanımlanmaktadır (Vargas, 2004). $U_{\beta}^{\nu\lambda}$ Freud süper potansiyelleri ise

$$U_{\beta}^{\nu\lambda} = h S_{\beta}^{\nu\lambda} \quad (55)$$

şeklindedir. Burada $h = \det(h^a_{\mu})$ ve $S^{\mu\nu\lambda}$ ise

$$S^{\mu\nu\lambda} = m_1 T^{\mu\nu\lambda} + \frac{m_2}{2} (T^{\nu\mu\lambda} - T^{\lambda\mu\nu}) + \frac{m_3}{2} (g^{\mu\lambda} T_{\beta}^{\beta\nu} - g^{\nu\mu} T_{\beta}^{\beta\lambda}) \quad (56)$$

şeklindedir. m_1 , m_2 ve m_3 teleparalel gravitasyon teorisinin çiftlenim sabitleri olarak adlandırılırlar ve en genel şekilde aşağıdaki gibi seçilebilirler

$$m_1 = \frac{1}{4}, \quad m_2 = \frac{1}{2}, \quad m_3 = -1. \quad (57)$$

(52)-(54) eşitlikleri kullanılarak Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz momentum 4-vektörleri sırasıyla

$$P_{\mu}^E = \int hE_{\mu}^0 dx^i, \quad (58)$$

$$P_{\mu}^B = \int hB_{\mu}^0 dx^i, \quad (59)$$

$$P_{\mu}^L = \int hL_{\mu}^0 dx^i \quad (60)$$

şeklindedir. Burada P_0, P_1, P_2 ve P_3 sırasıyla enerji yoğunluğunu ve momentum yoğunluğu bileşenlerini göstermektedir.

3.2.2. Møller Enerji-Momentum Tanımı

Møller enerji-momentumu teleparalel gravitasyon teorisi kapsamında,

$${}_{TG}M_{\mu}^{\nu} = Y_{\mu, \beta}^{\nu\beta} \quad (61)$$

şeklindedir (Møller, 1978). $Y_{\mu}^{\nu\beta}$ Møller süper potansiyeli ise

$$Y_{\mu}^{\nu\beta} = \frac{\sqrt{-g}}{2\kappa} P_{\chi\rho\sigma}^{\tau\nu\beta} [\Phi^{\rho} g^{\sigma\chi} g_{\mu\tau} - \lambda g_{\tau\mu} \gamma^{\chi\rho\sigma} - (1-2\lambda) g_{\tau\mu} \gamma^{\sigma\rho\chi}] \quad (62)$$

olarak tanımlanır. Burada κ Einstein sabitidir ve λ ise teleparalel gravitasyon teorisinin boyutsuz serbest parametresidir. (62) eşitliğindeki $P_{\chi\rho\sigma}^{\tau\nu\beta}$ tensörü

$$P_{\chi\rho\sigma}^{\tau\nu\beta} = \delta_{\chi}^{\tau} \xi_{\rho\sigma}^{\nu\beta} + \delta_{\rho}^{\tau} \xi_{\sigma\chi}^{\nu\beta} - \delta_{\sigma}^{\tau} \xi_{\chi\rho}^{\nu\beta} \quad (63)$$

şeklinde verilmektedir. Diğer tensörler

$$\xi_{\rho\sigma}^{\nu\beta} = \delta_{\rho}^{\nu}\delta_{\sigma}^{\beta} - \delta_{\sigma}^{\nu}\delta_{\rho}^{\beta} \quad (64)$$

$$\Phi_{\mu} = \gamma_{\mu\rho}^{\rho} \quad (65)$$

ve $\gamma_{\mu\nu\beta}$ con-torsion tensörü ise

$$\gamma_{\mu\nu\beta} = h_{i\mu} h_{\nu;\beta}^i \quad (66)$$

şeklinde tanımlanır. Bu eşitlikler yardımıyla teleparalel gravitede Møller momentum 4-vektörü

$$P_{\mu} = \lim_{r \rightarrow \infty} \int_{r=sbt} Y_{\mu}^{0\alpha} \eta_{\alpha} dS \quad (67)$$

olarak tanımlanmaktadır. P_1, P_2, P_3 ve P_0 sırasıyla toplam momentum bileşenleri ve toplam enerjiyi göstermektedir. η_{α} ise dS yüzey elemanına dik birim normal vektördür.

3.3. Çeşitli Kurt Deliklerinin Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorilerindeki Møller Enerji Dağılımları

Bu bölümde, genel küresel simetrik uzay-zaman metriğinden faydalanılarak genel relativite ve teleparalel gravitasyon teorileri çerçevesinde, sıfır radyal tedirginlikli, sıfır yoğunluklu, konformal, şişen, FRW benzeri ve Visser-Kar-Dadhich kurt deliklerinin Møller enerji dağılımları incelenecektir.

Daha önce Virbhadra (1999) genel küresel simetrik metriğin Einstein, Landau-Lifshitz, Papapetrou ve Weinberg enerji dağılımlarını, Xulu (2003) ise aynı uzay-zamanın Møller enerji dağılımını genel relativite çerçevesinde incelemiştir. Genel küresel simetrik metrik

$$ds^2 = A^2(r, t) dt^2 - B^2(r, t) dr^2 - C^2(r, t) r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (68)$$

şeklindedir. Bu metrik aynı zamanda yukarıda adı geçen çeşitli kurt deliklerine ait uzay-zaman geometrilerini de içermektedir. Bu bölümde öncelikle sırasıyla genel relativite ve teleparalel gravitasyon teorilerinde genel statik olmayan küresel simetrik uzay-zamanın Møller enerjileri hesaplanacak ve daha sonra bu sonuçlar kullanılarak çeşitli kurt deliklerinin Møller enerji dağılımları incelenecektir.

3.3.1. Genel Küresel Simetrik Uzay-Zamanın Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Møller Enerji Dağılımları

Genel küresel simetrik uzay-zamanın genel relativitede Møller enerji dağılımının hesaplanabilmesi için Møller süper potansiyelinin sıfırdan farklı gerekli bileşenleri, (33) ve (68) eşitliklerinden

$$\Omega_0^{01} = \frac{2A_{,r} C^2 r^2 \sin \theta}{B} \quad (69)$$

elde edilir. (32) ve (69) denklemlerinin birlikte kullanılmasından da

$${}_{GR} E = \frac{A_{,r} C^2 r^2}{B} \quad (70)$$

olarak elde edilir. Böylece genel statik olmayan küresel simetrik metriğin genel relativitede Møller enerjisi elde edilmiş olmaktadır.

Bu uzay-zamanın teleparalel gravitasyon teorisinde Møller enerjisini hesaplayabilmek için ise öncelikle tetrad bileşenleri hesaplanmalıdır. Bu amaçla (68) metriğinin tetrad bileşenleri

$$\begin{aligned} \theta^1 &= B(r, t) dr, & \theta^2 &= C(r, t) r d\theta, \\ \theta^3 &= C(r, t) r \sin \theta d\phi, & \theta^0 &= A(r, t) dt \end{aligned} \quad (71)$$

şeklindedir. $\theta^a = h^{(a)}_i dx^i$ olarak ifade edilen tetrad alanları (71) eşitliği kullanılarak

$$\begin{aligned} h^{(0)}_0 &= B(r, t), & h^{(1)}_1 &= B(r, t), \\ h^{(2)}_2 &= r C(r, t), & h^{(3)}_3 &= r \sin \theta C(r, t) \end{aligned} \quad (72)$$

şeklinde elde edilir. Genel koordinat dönüşümü ise bildiğimiz gibi

$$h_{a\mu} = \frac{\partial x'^\nu}{\partial x^\mu} h_{a\nu} \quad (73)$$

olarak tanımlanmaktadır. (72) ve (73) eşitliklerinin birlikte kullanılmasıyla tetrad alanları

$$\begin{bmatrix} -1/A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \theta \cos \phi / B & \cos \theta \cos \phi / Cr & -\sin \phi / Cr \sin \theta \\ 0 & \sin \theta \sin \phi / B & \cos \theta \sin \phi / Cr & \cos \phi / Cr \sin \theta \\ 0 & \cos \theta / B & -\sin \theta / Cr & 0 \end{bmatrix} \quad (74)$$

elde edilir. Böylece (62)-(66) ile (74) eşitliklerinden teleparalel gravitasyon teorisinde sıfırdan farklı Møller süper potansiyeli bileşenleri

$$Y_0^{01} = \frac{2A_{,r} C^2 r^2 \sin \theta}{B\kappa} \quad (75)$$

şeklinde bulunur. (67) ve (75) eşitliklerinin birlikte kullanılmasıyla ise teleparalel gravitasyon teorisinde Møller enerji dağılımı

$${}_{TG} E = \frac{A_{,r} C^2 r^2}{B} \quad (76)$$

olarak elde edilir. Böylece (70) ve (76) eşitliklerinden görüldüğü gibi her iki gravitasyon teorisinde de statik olmayan küresel simetrik uzay-zaman için Møller enerjileri aynı sonuçları vermektedir. Bu sonuçlardan yola çıkarak, çeşitli kurt deliklerinin Møller enerji dağılımları ise aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır (Aygün ve Yılmaz, 2007a).

3.3.1.1. Sıfır Yoğunluklu Kurt Deliklerinin Møller Enerjileri

$$(68) \text{ metriğinde } A^2(r, t) = e^{2f(r)}, \quad B^2(r, t) = \frac{1}{1 - \frac{r_0}{r}} \text{ ve } C^2(r, t) = 1 \text{ alındığında}$$

$$ds^2 = e^{2f(r)} dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_0}{r}} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (77)$$

statik küresel simetrik sıfır yoğunluklu kurt deliği metriği (7) elde edilir. Yukarıdaki dönüşümlerin (69)'da kullanılmasıyla Møller süper potansiyelinin bileşenleri

$$\Omega_0^{01} = 2f(r)_{,r} e^{f(r)} r^2 \sin \theta \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{1/2} \quad (78)$$

şeklinde elde edilir. (32) ve (78) denklemlerinin birlikte kullanılmasından

$${}_{GR} E = f(r)_{,r} e^{f(r)} r^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{1/2} \quad (79)$$

bulunur. Böylece sıfır yoğunluklu kurt deliğinin genel relativetede Møller enerjisi elde edilmiş olmaktadır. Metrik potansiyellerinin yukarıdaki dönüşümlerinin (75)'de kullanılmasıyla teleparalel gravitasyon teorisinde Møller süper potansiyelinin bileşenleri

$$Y_0^{01} = \frac{2}{\kappa} f(r)_{,r} e^{f(r)} r^2 \sin \theta \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{1/2} \quad (80)$$

elde edilir. (67) ve (80) denklemlerinin birlikte kullanılmasından sıfır yoğunluklu kurt deliğinin teleparalel gravitasyon teorisinde Møller enerjisi

$${}_{\text{TG}} E = f(r)_{,r} e^{f(r)} r^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{1/2} \quad (81)$$

şeklinde elde edilir.

3.3.1.2. Sıfır Radyal Tedirginlikli Kurt Deliklerinin Møller Enerjileri

(68) metriğinde $A^2(r, t) = 1$, $B^2(r, t) = \frac{1}{1 - b(r)/r}$ ve $C^2(r, t) = 1$ alındığında

$$ds^2 = dt^2 - \frac{dr^2}{1 - b(r)/r} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (82)$$

statik küresel simetrik sıfır radyal tedirginlikli kurt deliği metriği (8) elde edilir. Bu durumda metrik potansiyellerinin yukarıdaki dönüşümleri (69)'da kullanıldığında Møller süper potansiyelinin bileşenleri

$$\Omega_0^{01} = 0 \quad (83)$$

şeklinde elde edilir. (32) ve (83) denklemlerinin birlikte kullanılmasından sıfır radyal tedirginlikli kurt deliğinin genel relativetede Møller enerjisi

$${}_{\text{GR}} E = 0 \quad (84)$$

olarak elde edilir. Metrik potansiyellerinin yukarıdaki dönüşümlerinin (75)'de kullanılmasıyla da teleparalel gravitasyon teorilerinde Møller süper potansiyelinin bileşenleri

$$Y_0^{01} = 0 \quad (85)$$

elde edilir. (67) ve (85) denklemlerinin birlikte kullanılmasından sıfır radyal tedirginlikli kurt deliğinin teleparalel gravitasyon teorisinde Møller enerjisi

$${}_{TG}E = 0 \quad (86)$$

şeklinde elde edilir.

3.3.1.3. Konformal Kurt Deliklerinin Møller Enerjileri

$$(68) \text{ metriğinde } A^2(r, t) = \Omega^2(t), \quad B^2(r, t) = \frac{\Omega^2(t)}{1 - b(r)/r} \text{ ve } C^2(r, t) = \Omega^2(t)$$

alındığında

$$ds^2 = \Omega^2(t) \left[dt^2 - \frac{dr^2}{1 - b(r)/r} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (87)$$

statik olmayan konformal kurt deliği metriği (11) elde edilir. Bu durumda metrik potansiyellerinin yukarıdaki dönüşümleri (69)'da kullanıldığında, genel relativitede Møller süper potansiyelinin bileşenleri

$$\Omega_0^{01} = 0 \quad (88)$$

olarak bulunur. (32) ve (88) denklemlerinden konformal kurt deliklerinin genel relativitede Møller enerjisi

$${}_{\text{GR}}E = 0 \quad (89)$$

olarak bulunur. Metrik potansiyellerinin yukarıdaki dönüşümlerinin (75)'de kullanılmasıyla da teleparalel gravitasyon teorisinde Møller süper potansiyelinin bileşenleri

$$Y_0^{01} = 0 \quad (90)$$

elde edilir. (67) ve (90) denklemlerinin birlikte kullanılmasından konformal kurt deliğinin teleparalel gravitasyon teorisinde Møller enerjisi

$${}_{\text{TG}}E = 0 \quad (91)$$

olarak elde edilir.

3.3.1.4. Şişen Kurt Deliklerinin Møller Enerjileri

$$(68) \text{ metriğinde } A^2(r, t) = e^{2f(r)}, \quad B^2(r, t) = \frac{e^{2\chi t}}{1 - b(r)/r} \quad \text{ve} \quad C^2(r, t) = e^{2\chi t}$$

alındığında

$$ds^2 = e^{2f(r)} dt^2 - e^{2\chi t} \left[\frac{dr^2}{1 - b(r)/r} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (92)$$

statik olmayan şişen kurt deliği metriği (12) elde edilir. Bu durumda metrik potansiyellerinin yukarıdaki dönüşümleri (69)'da kullanıldığında genel relativitede Møller süper potansiyelinin bileşenleri

$$\Omega_0^{01} = 2f(r)_{,r} e^{\chi t} r^2 \sin \theta \left(1 - \frac{b}{r} \right)^{1/2} \quad (93)$$

elde edilir. (32) ve (93) denklemlerinin birlikte kullanılmasından şişen kurt deliklerinin genel relativetede Møller enerjisi

$${}_{\text{GR}} E = f(r)_{,r} e^{f(r)} e^{\chi t} r^2 \left(1 - \frac{b}{r}\right)^{1/2} \quad (94)$$

şeklinde bulunur. Yukarıdaki dönüşümler (75)'de kullanılırsa teleparalel gravitasyon teorisinde Møller süper potansiyelinin bileşenleri

$$Y_0^{01} = \frac{2}{\kappa} f(r)_{,r} e^{f(r)} e^{\chi t} r^2 \sin \theta \left(1 - \frac{b}{r}\right)^{1/2} \quad (95)$$

olarak elde edilir. (67) ve (95) denklemlerinin birlikte kullanılmasından şişen kurt deliğinin teleparalel gravitasyon teorisinde Møller enerjisi

$${}_{\text{TG}} E = f(r)_{,r} e^{f(r)} e^{\chi t} r^2 \left(1 - \frac{b}{r}\right)^{1/2} \quad (96)$$

elde edilmiş olur.

3.3.1.5. FRW Benzeri Kurt Deliklerinin Møller Enerjileri

$$(68) \quad \text{metriğinde} \quad A^2(r, t) = e^{2f(r)}, \quad B^2(r, t) = \frac{R^2(t)}{1 - kr^2 - b(r)/r} \quad \text{ve}$$

$C^2(r, t) = R^2(t)$ alındığında

$$ds^2 = e^{2f(r)} dt^2 - R^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2 - b(r)/r} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (97)$$

statik olmayan FRW benzeri kurt deliği metriği (13) elde edilir. Bu durumda metrik potansiyellerinin yukarıdaki dönüşümleri (69)'da kullanıldığında genel relativitede Møller süper potansiyelinin bileşenleri

$$\Omega_0^{01} = 2f(r)_{,r} e^{f(r)} R(t)r^2 \sin \theta \left(1 - kr^2 - \frac{b}{r}\right)^{1/2} \quad (98)$$

elde edilir. (32) ve (98) denklemlerinin birlikte kullanılmasından FRW kozmolojili kurt deliklerinin genel relativitede Møller enerjisi

$${}_{GR} E = f(r)_{,r} e^{f(r)} R(t)r^2 \left(1 - kr^2 - \frac{b}{r}\right)^{1/2} \quad (99)$$

olur. Metrik potansiyellerinin yukarıdaki dönüşümlerinin (75)'de kullanılmasıyla teleparalel gravitasyon teorisinde Møller süper potansiyelinin bileşenleri

$$Y_0^{01} = \frac{2}{\kappa} f(r)_{,r} e^{f(r)} R(t)r^2 \sin \theta \left(1 - kr^2 - \frac{b}{r}\right)^{1/2} \quad (100)$$

elde edilir. (67) ve (100) denklemlerinin birlikte kullanılmasından FRW-kozmojili kurt deliğinin teleparalel gravitasyon teorisinde Møller enerjisi

$${}_{TG} E = f(r)_{,r} e^{f(r)} R(t)r^2 \left(1 - kr^2 - \frac{b}{r}\right)^{1/2} \quad (101)$$

elde edilmiş olur.

3.3.1.6. Visser-Kar-Dadhich Kurt Deliklerinin Møller Enerjileri

$$(68) \text{ metriğinde } A^2(r, t) = e^{2f(r)}, \quad B^2(r, t) = \frac{1}{1 - 2m/r} \quad \text{ve} \quad C^2(r, t) = 1$$

alındığında

$$ds^2 = e^{2f(r)} dt^2 - \frac{dr^2}{1-2m/r} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (102)$$

statik olmayan VKD kurt deliği metriği (14) elde edilir. Metrik potansiyellerinin yukarıdaki dönüşümleri (69)'da kullanıldığında genel relativitede Møller süper potansiyelinin bileşenleri

$$\Omega_0^{01} = 2f(r)_{,r} e^{f(r)} r^2 \sin \theta \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{1/2} \quad (103)$$

olur. (32) ve (103) denklemlerinin birlikte kullanılmasından VKD kurt deliklerinin genel relativitede Møller enerjisi

$${}_{GR} E = f(r)_{,r} e^{f(r)} r^2 \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{1/2} \quad (104)$$

elde edilir. Metrik potansiyellerinin yukarıdaki dönüşümlerinin (75)'de kullanılmasıyla da teleparalel gravitasyon teorisinde Møller süper potansiyelinin bileşenleri

$$Y_0^{01} = \frac{2}{\kappa} f(r)_{,r} e^{f(r)} r^2 \sin \theta \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{1/2} \quad (105)$$

elde edilir. (67) ve (105) denklemlerinin birlikte kullanılmasından VKD kurt deliğinin teleparalel gravitasyon teorisinde Møller enerjisi

$${}_{TG} E = f(r)_{,r} e^{f(r)} r^2 \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{1/2} \quad (106)$$

elde edilmiş olur.

3.4. Hawking Kurt Deliklerinin Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Enerji-Momentum Dağılımları

Hawking kurt delikleri uzay-zamanının küresel simetrik Rindler koordinatlarında (15) denkleminde verilmektedir. Bu bölümde Hawking kurt deliklerinin sırasıyla Bergmann-Thomson, Einstein, Landau-Lifshitz ve Møller enerji ve momentum dağılımları incelenecektir. Bu amaçla (15) denklemi ile verilen Hawking kurt delikleri metriği

$$\begin{aligned} x^1 &= \xi \sin \theta \cos \phi, & x^2 &= \xi \sin \theta \sin \phi, \\ x^3 &= \xi \cos \theta \cosh(gt), & x^0 &= \xi \cos \theta \sinh(gt) \end{aligned} \quad (107)$$

olarak verilen koordinat dönüşümü kullanılarak, küresel simetrik Rindler koordinatlarındaki Hawking kurt deliği metriğinden aşağıdaki kartezyen koordinatlarda Hawking kurt deliği metriği elde edilir:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{b^2}{x^\alpha x_\alpha}\right)^2 \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (108)$$

Burada $b(r)$ kurt deliğinin boğaz yarıçapını gösteren keyfi bir fonksiyon, g ivmenin birleştirilmesinden elde edilmiş bir sabittir. $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$, $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ ve $x^\alpha x_\alpha = \mathbf{x}^2 - (x^0)^2$ şeklindedir (Culetu, 2006).

3.4.1. Genel Relativite Teorisinde Hawking Kurt Deliklerinin Bergmann-Thomson, Einstein, Landau-Lifshitz ve Møller Enerji-Momentum Dağılımları

Hawking kurt deliklerinin Bergmann-Thomson enerji ve momentumlarını hesaplayabilmek için gerekli olan sıfırdan farklı $\Pi^{\mu\nu\alpha}$ bileşenleri, (24), (25) ve (108) eşitliklerinin birlikte kullanılmasıyla

$$\Pi^{001} = -4 \frac{A_x}{A}, \quad \Pi^{002} = -4 \frac{A_y}{A}, \quad \Pi^{003} = -4 \frac{A_z}{A},$$

$$\Pi^{101} = \Pi^{202} = \Pi^{303} = 4 \frac{A_t}{A} \quad (109)$$

olarak elde edilir. Burada $A = 1 - \frac{b^2}{x^\alpha x_\alpha}$ şeklindedir. Yukarıda verilen bileşenler ve (23) eşitliğinden Hawking kurt deliklerinin genel relativite teorisinde Bergmann-Thomson enerji ve momentum dağılımları

$${}_{GR} B^{00} = \frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 - A(A_{xx} + A_{yy} + A_{zz})}{4\pi A^2}, \quad (110)$$

$${}_{GR} B^{10} = \frac{AA_{tx} - A_t A_x}{4\pi A^2}, \quad (111)$$

$${}_{GR} B^{20} = \frac{AA_{ty} - A_t A_y}{4\pi A^2}, \quad (112)$$

$${}_{GR} B^{30} = \frac{AA_{tz} - A_t A_z}{4\pi A^2} \quad (113)$$

olur.

Hawking kurt deliklerinin genel relativitede Einstein enerji-momentum dağılımlarını hesaplamak için gerekli olan sıfırdan farklı $H_\mu^{\nu\alpha}$ bileşenleri (20) ile (108) eşitliklerinin birlikte kullanılmasıyla

$$\begin{aligned} H_0^{01} &= -4AA_x, & H_0^{02} &= -4AA_y, & H_0^{03} &= -4AA_z, \\ H_1^{01} &= H_2^{02} = H_3^{03} &= -4AA_t. \end{aligned} \quad (114)$$

elde edilir. (19) ile (114) eşitliklerinin birlikte kullanılmasıyla Hawking kurt deliklerinin genel relativitede Einstein Enerji-momentum dağılımları

$${}_{\text{GR}} E^{00} = -\frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 + A(A_{xx} + A_{yy} + A_{zz})}{4\pi A^2} \quad (115)$$

$${}_{\text{GR}} E^{10} = \frac{AA_{tx} + A_t A_x}{4\pi A^2} \quad (116)$$

$${}_{\text{GR}} E^{20} = \frac{AA_{ty} + A_t A_y}{4\pi A^2} \quad (117)$$

$${}_{\text{GR}} E^{30} = \frac{AA_{tz} + A_t A_z}{4\pi A^2} \quad (118)$$

olarak bulunur.

Hawking kurt deliklerinin genel relativitede Landau-Lifshitz enerji-momentum dağılımlarını hesaplamak için gerekli olan sıfırdan farklı $S^{\mu\nu\alpha\beta}$ bileşenleri, (29) ile (108) eşitliklerinin birlikte kullanılmasıyla

$$\begin{aligned} S^{0101} = S^{0303} = S^{0202} &= -A^4, \\ S^{1001} = S^{2002} = S^{3003} &= A^4. \end{aligned} \quad (119)$$

elde edilir. (28) ile (119) eşitliklerinin birlikte kullanılmasıyla Hawking kurt deliklerinin genel relativitede Landau-Lifshitz Enerji-momentum dağılımları

$${}_{\text{GR}} L^{00} = -\frac{A^2 \left[3(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2) + A(A_{xx} + A_{yy} + A_{zz}) \right]}{4\pi}, \quad (120)$$

$${}_{\text{GR}} L^{10} = \frac{A^2 (AA_{tx} + 3A_t A_x)}{4\pi}, \quad (121)$$

$${}_{\text{GR}} L^{20} = \frac{A^2 (AA_{ty} + 3A_t A_y)}{4\pi}, \quad (122)$$

$${}_{\text{GR}}L^{30} = \frac{A^2(AA_{tz} + 3A_tA_z)}{4\pi} \quad (123)$$

şeklinde elde edilir.

Hawking kurt deliklerinin genel relativitede Møller enerji-momentum dağılımlarını hesaplamak için gerekli olan sıfırdan farklı $\Omega_\alpha^{\mu\nu}$ bileşenleri (33) ile (108) eşitliklerinin birlikte kullanılmasıyla

$$\begin{aligned} \Omega_0^{01} &= 2AA_x, & \Omega_0^{02} &= 2AA_y, & \Omega_0^{03} &= 2AA_z, \\ \Omega_1^{10} &= \Omega_2^{20} = \Omega_3^{30} &= -2AA_t \end{aligned} \quad (124)$$

elde edilir. (32) ile (124) eşitliklerinin birlikte kullanılmasıyla Hawking kurt deliklerinin genel relativitede Møller Enerji-momentum dağılımları

$${}_{\text{GR}}M^{00} = \frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 + A(A_{xx} + A_{yy} + A_{zz})}{4\pi A^2} \quad (125)$$

$${}_{\text{GR}}M^{10} = -\frac{AA_{tx} + A_tA_x}{4\pi A^2} \quad (126)$$

$${}_{\text{GR}}M^{20} = -\frac{AA_{ty} + A_tA_y}{4\pi A^2} \quad (127)$$

$${}_{\text{GR}}M^{30} = -\frac{AA_{tz} + A_tA_z}{4\pi A^2} \quad (128)$$

olarak elde edilir (Aygün ve Yılmaz, 2007b).

3.4.2. *Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Hawking Kurt Deliklerinin Bergmann-Thomson, Einstein ve Landau-Lifshitz Enerji-Momentum Dağılımları*

Hawking kurt deliklerinin teleparalel gravitasyon teorisi kapsamında enerji-momentumlarını inceleyebilmek için öncelikle (108) eşitliğiyle verilen metriğin tetrad bileşenleri

$$h_i^\mu = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A \end{bmatrix} \quad (129)$$

elde edilir. (50) ve (129) eşitliklerinden Weitzenböck bağlantı katsayıları bileşenleri

$$W_{11}^1 = W_{21}^2 = W_{31}^3 = W_{01}^0 = \frac{A_x}{A}, \quad W_{12}^1 = W_{22}^2 = W_{32}^3 = W_{02}^0 = \frac{A_y}{A}, \quad (130)$$

$$W_{13}^1 = W_{23}^2 = W_{33}^3 = W_{03}^0 = \frac{A_z}{A}, \quad W_{10}^1 = W_{20}^2 = W_{30}^3 = W_{00}^0 = \frac{A_t}{A}$$

şeklinde bulunur. (130) denkleminin (51)'de yerine yazılmasıyla bükme-bükülme tensörü bileşenleri

$$T_{12}^2 = T_{13}^3 = T_{10}^0 = -T_{21}^2 = -T_{31}^3 = -T_{01}^0 = \frac{A_x}{A},$$

$$T_{21}^1 = T_{23}^3 = T_{20}^0 = -T_{12}^1 = -T_{32}^3 = -T_{02}^0 = \frac{A_y}{A},$$

(131)

$$T_{12}^1 = T_{32}^2 = T_{30}^0 = -T_{21}^1 = -T_{23}^2 = -T_{03}^0 = \frac{A_z}{A},$$

$$T_{01}^1 = T_{02}^2 = T_{03}^3 = -T_{10}^1 = -T_{20}^2 = -T_{30}^3 = \frac{A_t}{A}$$

olarak elde edilir. (55)-(57) ve (129)-(131) eşitliklerinden sıfırdan farklı Freud süper potansiyeli bileşenleri

$$\begin{aligned}
 U_2^{21} &= U_3^{31} = U_0^{01} = -U_2^{12} = -U_3^{13} = -U_0^{10} = -AA_x, \\
 U_1^{12} &= U_3^{32} = U_0^{02} = -U_1^{21} = -U_3^{23} = -U_0^{20} = -AA_y, \\
 U_1^{13} &= U_2^{23} = U_0^{03} = -U_1^{31} = -U_0^{30} = -U_2^{32} = -AA_z, \\
 U_1^{01} &= U_2^{02} = U_3^{03} = -U_1^{10} = -U_2^{20} = -U_3^{30} = -AA_t.
 \end{aligned} \tag{132}$$

şeklinde elde edilir. (132) ile verilen bileşenler (52)-(54) ve (58)-(60) denklemlerinde yerine yazıldığında, Bergmann-Thomson enerji ve momentum dağılımı

$${}_{\text{TG}} B^{00} = \frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 - A(A_{xx} + A_{yy} + A_{zz})}{4\pi A^2}, \tag{133}$$

$${}_{\text{TG}} B^{10} = \frac{AA_{tx} - A_t A_x}{4\pi A^2}, \tag{134}$$

$${}_{\text{TG}} B^{20} = \frac{AA_{ty} - A_t A_y}{4\pi A^2}, \tag{135}$$

$${}_{\text{TG}} B^{30} = \frac{AA_{tz} - A_t A_z}{4\pi A^2}. \tag{136}$$

olur. Einstein enerji ve momentum dağılımı ise,

$${}_{\text{TG}} E^{00} = -\frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 + A(A_{xx} + A_{yy} + A_{zz})}{4\pi A^2}, \tag{137}$$

$${}_{\text{TG}} E^{10} = \frac{AA_{\text{tx}} + A_{\text{t}}A_x}{4\pi A^2}, \quad (138)$$

$${}_{\text{TG}} E^{20} = \frac{AA_{\text{ty}} + A_{\text{t}}A_y}{4\pi A^2}, \quad (139)$$

$${}_{\text{TG}} E^{30} = \frac{AA_{\text{tz}} + A_{\text{t}}A_z}{4\pi A^2} \quad (140)$$

şeklinde olur. Benzer şekilde Landau-Lifshitz enerji ve momentum dağılımı ise

$${}_{\text{TG}} L^{00} = -\frac{A^2 \left[3(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2) + A(A_{\text{xx}} + A_{\text{yy}} + A_{\text{zz}}) \right]}{4\pi}, \quad (141)$$

$${}_{\text{TG}} L^{10} = \frac{A^2(AA_{\text{tx}} + 3A_{\text{t}}A_x)}{4\pi}, \quad (142)$$

$${}_{\text{TG}} L^{20} = \frac{A^2(AA_{\text{ty}} + 3A_{\text{t}}A_y)}{4\pi}, \quad (143)$$

$${}_{\text{TG}} L^{30} = \frac{A^2(AA_{\text{tz}} + 3A_{\text{t}}A_z)}{4\pi} \quad (144)$$

olarak bulunur.

Diğer taraftan (62)-(66) eşitliklerinden Hawking kurt delikleri için $Y_{\mu}^{\nu\alpha}$ Möller süper potansiyeli bileşenleri

$$Y_0^{01} = -\frac{2AA_x}{\kappa}, \quad Y_0^{02} = -\frac{2AA_y}{\kappa}, \quad Y_0^{03} = -\frac{2AA_z}{\kappa} \quad (145)$$

olarak bulunur. (61) ve (145) denklemlerinden Hawking kurt deliklerinin Möller enerji ve momentum dağılımları

$${}_{\text{TG}} M^{00} = -\frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 + A(A_{xx} + A_{yy} + A_{zz})}{4\pi A^2} \quad (146)$$

$${}_{\text{TG}} M^{10} = -\frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 - AA_{tx} - A_t A_x + AA_{xx} + AA_{yy} + AA_{zz}}{8\pi A^2} \quad (147)$$

$${}_{\text{TG}} M^{20} = -\frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 - AA_{ty} - A_t A_y + AA_{xx} + AA_{yy} + AA_{zz}}{8\pi A^2} \quad (148)$$

$${}_{\text{TG}} M^{30} = -\frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 - AA_{tz} - A_t A_z + AA_{xx} + AA_{yy} + AA_{zz}}{8\pi A^2} \quad (149)$$

olarak elde edilirler (Aygün ve Yılmaz, 2007b).

BÖLÜM 4

4. GÖDEL TİPİ KATI ROTASYON YAPAN KURT DELİĞİ ÇÖZÜMLERİ

4.1. Einstein Alan Denklemleri ve Çözüm Yöntemleri

Gravitasyonel etkileşmeleri ve dolayısıyla büyük ölçekte evrenin yapısını açıklayan genel relativite teorisinin temel denklemleri olan Einstein alan denklemleri

$$G^a_b = R^a_b - \frac{1}{2}\delta^a_b R + \Lambda\delta^a_b = \kappa T^a_b \quad (150)$$

şeklindedir.

Bu alan denklemlerinin sol yanı uzay geometrisiyle sağ yanı ise madde ve madde dağılımıyla (enerji-momentum tensörü ile) ilgilidir. Bu denklemler, ikinci mertebeden lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerden oluşan bir sistem olduklarından çözümleri oldukça zordur. Bu denklemlerin, geometri kısmına: homojenlik, izotropi, küresel, silindirik, düzlemsel simetri gibi bazı özel fiziksel ve matematiksel koşullardan biri, birkaçı veya bunların bir kombinasyonu yüklenerek; madde ile ilgili kısma da: vakum, ideal akışkan, viskoz akışkan, ısı akısı, elektromanyetik alan, karanlık enerji ve topolojik hatalar gibi madde şekillerinden biri, birkaçı veya bunların bir kombinasyonu eklenerek, çözümler elde edilmeye çalışılır.

4.2. Gödel-Tipi Kurt Deliklerinin Einstein Alan Denklemleri ve Çözümleri

Dönen kurt delikleri modeli ilk olarak Teo (1998) tarafından önerilmiştir. Morris-Thorne (1988) kurt deliklerinin veya diğer adıyla statik kurt deliklerinin, statik ve eksensel simetrik bir genelleştirmesi olan dönen kurt delikleri geometrisi, aynı zamanda (16) eşitliğiyle verilen metrikle ifade edilmektedir. Bilindiği üzere kurt deliklerinin geçilebilirlik özellikleri, egzotik maddelerce desteklenmeleri halinde mümkün olabilmektedir. Egzotik maddeler, pozitif enerji yoğunluklu ve negatif basınçlı maddelerdir. Karanlık enerji, hayalet enerji, domain wall, takyonlar, quintom madde, Chaplygin gaz, kozmolojik sabit v.b. gibi maddeler egzotik maddelere aday olarak gösterilmektedirler. Bu adaylardan karanlık enerjili modeller özel olarak aşağıda verilen durum denklemi ile parametrize edilebilirler:

$$p_m = -k\rho_m. \quad (151)$$

Buradaki p_m ve ρ_m sırasıyla karanlık enerjinin basınç ve yoğunluğunu göstermektedir. Basınç ve yoğunluk arasındaki orantı sabiti olan k , eğer $k < 1$ değerlerini alıyorsa (151) eşitliği hayalet enerjinin durum denklemini temsil eder (Caldwell, 2002; Caldwell ve diğ., 2003). Hayalet enerji zayıf enerji şartını ihlal etmektedir. Bu şartın ihlal edilmesi kurt deliklerinin varlığında da söz konusu olduğundan, hayalet enerji aynı zamanda kurt deliklerinin oluşmasına destek oluşturmaktadır (Sushkov, 2005; Zaslavskii, 2005; Lobo, 2005). Son yapılan süpernova gözlemleri, kozmik mikrodalga fon ışınımı ve zayıf gravitasyonel mercekleme araştırmaları, orantı sabitinin $k = 1$ değerini aldığı yönündedir (Vikman, 2005; Wei ve diğ., 2005; Zhang ve Wu, 2005). Aynı zamanda $k = 1$ durumu evrenin genişlemesinden sorumlu tutulan kozmolojik sabit durumuna karşılık gelmektedir.

Egzotik maddeye bir başka alternatif aday, negatif basınçlı bir akışkan olan Chaplygin gaz veya “quintessence” madde olarak adlandırılan maddedir (Kamenshchik ve diğ., 2001; Bento ve diğ., 2002). Chaplygin gaz için durum denklemi

$$p_m = -\frac{A}{\rho_m} \quad (152)$$

şeklindedir. Burada $A > 0$ şeklinde bir sabittir. Bu madde de kurt deliklerinin geçilebilir olması için gerekli olan zayıf enerjinin ihlal edilmesi koşulunu sağlamaktadır.

Diğer taraftan erken evrende simetri kırılmaları sırasında ortaya çıkan topolojik kusurlardan biri olan domain wall'ların itici gravitasyonel etkiye sahip olmaları, bu yapıların karanlık enerji adayı olarak da gösterilmelerine neden olmaktadır. Ayrıca domain wall'larda yukarıdaki madde çeşitlerinde olduğu gibi zayıf enerji koşulunu sağlamamaktadır.

Bu bölümde, hayalet enerjili ve Chaplygin gazlı domain wall'lar tarafından desteklenen dönen Gödel-tipi kurt delikleri incelenecektir.

Gödel evreninin

- Dönen kurt delikleri uzay-zamanı gibi hem statik hem de dönmeye sahip olması
- Kurt deliklerine benzer olarak kapalı zamansal eğrilere sahip olması ve dolayısıyla zamanda yolculuğa izin vermesi
- Kurt deliklerinin geçilebilirlik şartlarından olan tekilliksiz ve ufuksuz bir yapıya sahip olması

gibi özelliklerinden dolayı dönen kurt delikleri bu evrende incelenecektir. Bunlara ilave olarak Gödel evrenindeki çoğu çözümler analitik olarak kolayca elde edilebilmektedir. (Barrow ve Tsagas, 2004; Gürses ve diğ., 2005; Bonnor, 2003).

Statik Gödel uzay-zamanı

$$ds^2 = (dt + H dy)^2 - D^2 dy^2 - dx^2 - dz^2 \quad (153)$$

olarak verilmektedir (Gödel, 1949). Burada H ve D sadece x koordinatına bağlı keyfi fonksiyonlardır. (153) ile verilen yay elemanı için tetrad bileşenleri θ^a , ($a = 0,1,2,3$)

$$\theta^1 = dx, \quad \theta^2 = D(x)dy, \quad \theta^3 = dz, \quad \theta^0 = dt + H(x)dy \quad (154)$$

şeklindedir ve yay elemanı bu bileşenler cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$ds^2 = \eta_{ab} \theta^a \theta^b = (\theta^0)^2 - (\theta^1)^2 - (\theta^2)^2 - (\theta^3)^2 \quad (155)$$

burada $\eta_{ab} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ şeklindeki Minkowski metriğini göstermektedir.

Tetrad alanları ve tetrad bileşenleri arasındaki $\theta^a = h^{(a)}_i dx^i$ ilişkisi kullanılırsa (153) ve (154)'den

$$h^{(1)}_1 = h^{(3)}_3 = h^{(0)}_0 = 1, \quad h^{(2)}_2 = D, \quad h^{(0)}_2 = H \quad (156)$$

elde edilir. Ayrıca tetrad alanı bileşenleri

$$h^{(a)}_i h^i_{(b)} = \delta^a_b \quad (157)$$

bağıntısını sağlamaktadır. (156) ve (157) eşitliklerinden

$$h^{(1)}_1 = h^{(3)}_3 = h^{(0)}_0 = 1, \quad h^{(2)}_2 = \frac{1}{D}, \quad h^{(0)}_2 = -\frac{H}{D} \quad (158)$$

elde edilir. Ayrıca Ricci rotasyon katsayıları

$$\gamma^a_{bc} = -h^{(a)}_{i;k} h^i_{(b)} h^k_{(c)} \quad (159)$$

olarak tanımlanmaktadır. (153), (156) ve (158) eşitliklerinden statik Gödel evreni için Ricci rotasyon katsayılarının sıfırdan farklı bileşenleri

$$\gamma_{20}^1 = -\gamma_{10}^2 = \gamma_{12}^0 = \gamma_{02}^1 = -\gamma_{21}^0 = \gamma_{01}^2 = \frac{H'}{2D}, \quad \gamma_{22}^1 = \gamma_{12}^2 = -\frac{D'}{D} \quad (160)$$

olarak elde edilir.

$R_{ab} = g^{cd} R_{cadb}$ olarak tanımlanan Ricci tensörünün sıfırdan farklı bileşenleri

$$R_{20} = -\frac{1}{2} \left(\frac{H'}{D} \right)', \quad (161)$$

$$R_{00} = -\frac{1}{2} \left(\frac{H'}{D} \right)^2, \quad (162)$$

$$R_{11} = R_{22} = \frac{D''}{D} - \frac{1}{2} \left(\frac{H'}{D} \right)^2 \quad (163)$$

şeklinde bulunur. Uzay-zamanın rotasyon vektörü ve rotasyon skaleri ise

$$w^a = \frac{1}{2} \varepsilon^{abcd} w_{bc} u_d = (0, 0, \Omega, 0), \quad \Omega = \frac{H'}{2D}. \quad (164)$$

şeklindedir. Buraya kadar elde edilen eşitlikler Einstein alan denklemlerinin geometriyle ilgili kısmından bulunan eşitliklerdir. Diğer taraftan madde ile ilgili olarak, daha öncede bahsettiğimiz üzere egzotik madde adaylarından biri olan domain wall'lar kullanılacaktır. Domain wall'un enerji-momentum tensörü ideal formda

$$T_{ab} = (\rho + p) u_a u_b - p g_{ab} \quad (165)$$

şeklindedir (Okuyama ve Maeda, 2004). Burada ρ_m ve p_m sırasıyla domain wall'un içerdiği karanlık enerji adaylarının yoğunluk ve basınçları, σ ise domain wall'u karakterize eden gerilim (tension) olmak üzere, yoğunluk ve basınç

$\rho = \rho_m + \sigma$ ve $p = p_m - \sigma$ şeklindedir. Ayrıca ρ_m ve p_m , (151) ve (152) eşitlikleri ile verilen durum denklemleriyle ilişkilendirilmektedir.

4-lü hız vektörü

$$u^a = \delta_0^a = (1, 0, 0, 0) \quad (166)$$

şeklindedir. Einstein alan eşitliklerinin madde ile ilgili kısmı

$$R_{ab} = \left(T_{ab} - \frac{1}{2} T \eta_{ab} \right) - \Lambda \eta_{ab} \quad (167)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada $T = \eta^{ab} T_{ab}$ şeklindedir. (153) ve (165)-(167) eşitliklerinden

$$R_{11} = R_{22} = \frac{1}{2}(\rho - p) + \Lambda, \quad (168)$$

$$R_{33} = 0 = \frac{1}{2}(\rho - p) + \Lambda, \quad (169)$$

$$R_{00} = \frac{1}{2}(\rho + 3p) - \Lambda, \quad (170)$$

$$R_{20} = 0 \quad (171)$$

elde edilir.

(161) ve (171) eşitliklerinden

$$\frac{H'}{D} = \text{sabit} = 2\Omega \quad (172)$$

olur. Böylece (162)-(165) ve (169)-(172) eşitliklerinin birlikte kullanılmasından

$$\rho_m + \sigma = \Omega^2 - \Lambda, \quad (173)$$

$$p_m - \sigma = \Omega^2 + \Lambda, \quad (174)$$

$$\frac{D''}{D} = 2\Omega^2 \quad (175)$$

elde edilir.

(i) Hayalet enerjili domain wall durumunda (151), (173) ve (174) eşitliklerinden, sırasıyla hayalet enerjinin yoğunluğu, basıncı ve domain wall gerilimi

$$\rho_m = \frac{2\Omega^2}{1-k}, \quad (176)$$

$$p_m = -\frac{2k\Omega^2}{1-k}, \quad (177)$$

$$\sigma = \frac{\Omega^2(k+1)}{k-1} - \Lambda \quad (178)$$

olarak elde edilir.

(ii) Chaplygin gazlı domain wall durumunda (152), (173) ve (174) eşitliklerinden, Chaplygin gazın yoğunluk ve basıncı ile domain wall gerilimi

$$\rho_m = \Omega^2 \pm \sqrt{\Omega^4 + A}, \quad (179)$$

$$p_m = \Omega^2 \pm \sqrt{\Omega^4 + A}, \quad (180)$$

$$\sigma = -\Lambda \pm \sqrt{\Omega^4 + A} \quad (181)$$

olarak elde edilir.

Diğer taraftan (175) eşitliğinden

$$D'' - m^2 D = 0 \quad (182)$$

olur. (182) denkleminde $D(x)$ metrik potansiyeli

$$D = c e^{mx} - d e^{-mx} \quad (183)$$

elde edilir. Burada “c” ve “d” keyfi sabitlerdir ve $m^2 = 2\Omega^2 > 0$ şeklindedir. (172) ve (183) eşitliklerinin birlikte kullanılmasından $H(x)$ metrik potansiyeli ise

$$H = \frac{2\Omega c}{m} (e^{mx} + d e^{-mx}) + H_0 \quad (184)$$

şeklinde elde edilir. Burada H_0 yine keyfi sabittir. Eğer sabitler $d = H_0 = 0$ ve

$c = \Omega = \frac{1}{\sqrt{2}}$ seçilir ve elde edilen sonuçlar metrikte yerine yazılırsa

$$ds^2 = [dt + e^x dy]^2 - \frac{1}{2} e^{2x} dy^2 - dx^2 - dz^2 \quad (185)$$

kartezyen koordinatlardaki orijinal Gödel metriği bulunmuş olur. Kartezyen koordinatlardan silindirik koordinatlara geçmek için

$$e^x = \cosh(2\xi) + \cos\left(\frac{\phi + t'}{\sqrt{2}}\right) \sinh(2\xi),$$

$$y e^x = \sqrt{2} \sinh(2\xi) \sin\left(\frac{\phi + t'}{\sqrt{2}}\right),$$

(186)

$$\tan\left(\frac{t' - t + \phi}{2\sqrt{2}}\right) = e^{-2\xi} \tan\left(\frac{\phi + t'}{2\sqrt{2}}\right),$$

$$z = 2z'.$$

dönüşümleri (185) metriğinde kullanılırsa, Gödel metriğinin silindirik koordinatlardaki karşılığı

$$ds^2 = 4\left[dt'^2 + (\sinh^4 \xi - \sinh^2 \xi)d\phi^2 - d\xi^2 - dz'^2 + 2\sqrt{2} \sinh^2 \xi d\phi dt'\right] \quad (187)$$

(187) eşitliği ile verilen silindirik koordinatlardaki Gödel metriğini kısaca aşağıdaki şekilde de yazabiliriz

$$ds^2 = \left[dt'^2 - d\xi^2 - dz'^2 + G(\xi)d\phi^2 + 2H(\xi)d\phi dt'\right] \quad (188)$$

burada

$$H(\xi) = 4\sqrt{2} \sinh^2 \xi \quad (189)$$

ve

$$G(r') = 4[\sinh^2 \xi - \sinh^4 \xi] \quad (190)$$

Küçük açı yaklaşımından ($\xi \ll 1$), (Carneiro, 2000)

$$ds^2 \approx 4\left[dt'^2 - d\xi^2 - dz'^2 - \sinh^2 \xi d\phi^2 + 2\sqrt{2} \sinh^2 \xi d\phi dt'\right] \quad (191)$$

elde edilir. Ayrıca

$$\rho = r' \sin \theta \quad (192)$$

$$z' = r' \cos \theta \quad (193)$$

dönüşümlerinin kullanılmasından küresel (r', θ, ϕ, t') ve silindirik $(\rho = \sinh \xi, z', \phi, t')$ koordinatlar arasındaki ilişki

$$\xi = \sinh^{-1}(\sinh \chi \sin \theta) \quad (194)$$

$$z' = \sinh \chi \cos \theta \quad (195)$$

$$\phi = \phi \quad (196)$$

$$t' = t' \quad (197)$$

burada $\chi = \sinh^{-1} r'$. (194)-(197) eşitliklerinin diferansiyellerinden

$$d\xi = \frac{1}{\cosh \xi} (\sinh \chi \cos \theta d\theta + \cosh \chi \sin \theta d\chi) \quad (198)$$

$$dz' = -\sinh \chi \sin \theta d\theta + \cosh \chi \cos \theta d\chi \quad (199)$$

olur. (198) ve (199) eşitliklerinden

$$dz'^2 + d\xi^2 = \sinh^2 \chi d\theta^2 + d\chi^2 \quad (200)$$

elde edilir. Burada

$$\frac{1}{\cosh^2 \xi} = \frac{1}{1 + \sinh^2 \xi} = 1 - \sinh^2 \xi = 1 - \sinh^2 \chi \sin^2 \theta \quad (201)$$

eşitliği kullanılmıştır. (194)-(197) ve (200) eşitliklerinin (187)'de yerine koyulmasıyla

$$ds^2 = 4 \left[dt'^2 - d\chi^2 - \sinh^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) + 2\sqrt{2} \sinh^2 \chi \sin^2 \theta d\phi dt' \right] \quad (202)$$

ya da

$$ds^2 = 4 \left[dt'^2 - \frac{dr'^2}{1+r'^2} - r'^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) + 2\sqrt{2}r'^2 \sin^2 \theta d\phi dt' \right] \quad (203)$$

şeklinde elde edilir. Bu sonuç doğrudan dönen kurt delikleri metriğine benzemektedir. Ancak kurt deliklerindeki gibi geçilebilir bir boğaza sahip olmamaktadır. Bu şekildeki boğaz oluşumunu sağlamak amacıyla (203) denkleminde $r = a r'^2$ dönüşümü uygulanırsa

$$ds^2 = 4dt'^2 - \frac{dr^2}{ar(1+r/a)} - 4\frac{r}{a}(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) + 8\sqrt{2}\frac{r}{a}\sin^2 \theta d\phi dt' \quad (204)$$

elde edilir. Burada $a < 0$ şeklinde bir sabittir. (204) ile verilen geometrik yapı bize geçilebilir ve sabit hızla dönen bir kurt deliği örneğini göstermektedir. Çünkü (16) denkleminde verilen dönen kurt delikleri için açısız hız $\omega = \sqrt{2}$ ve metrik potansiyelleri $N^2 = 4 + 8\frac{r}{a}\sin^2 \theta$, $K^2 = \frac{4}{ar}$ ve $b(r) = r \{1 - ar(1 + \frac{r}{a})\}$ olması durumunda

$$ds^2 = 4dt'^2 - \frac{dr^2}{ar(1+r/a)} - 4\frac{r}{a}(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) + 8\sqrt{2}\frac{r}{a}\sin^2 \theta d\phi dt' \quad (205)$$

elde edilir (Yılmaz ve Aygün, 2007).

Böylece (205) eşitliğiyle Gödel-tipi katı rotasyon yapan kurt delikleri tanımlanmış olur. Bu uzay-zaman, zamanda yolculuğu mümkün kılan kapalı zamansal yörüngelere sahip olması nedeniyle oldukça önem taşımaktadır. Gödel-tipi kurt delikleri hem zamanda yolculuğa izin verip hem de farklı evren bölgelerini ilişkilendirmektedir.

BÖLÜM 5

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

5.1. Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Çeşitli Kurt Deliklerinin Møller Enerji Sonuçları

Bu çalışmada genel küresel simetrik metrikten faydalanılarak bu uzay-zamanın içerdiği bazı kurt deliği modellerinin (sıfır yoğunluklu, sıfır radyal tedirginlikli, konformal, şişen, FRW benzeri ve Visser-Kar-Dadhich) genel relativite ve teleparalel gravitasyon teorisindeki Møller enerjileri incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki tabloda özetlenmektedir.

TABLO.1. Çeşitli Kurt Deliklerinin Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Møller Enerjileri

KURT DELİĞİ ÇEŞİDİ	GENEL RELATİVİTEDE MÖLLER ENERJİSİ	TELEPARALEL GRAVİTEDE MÖLLER ENERJİSİ
Sıfır Yoğunluklu	${}_{GR} E = f(r) {}_r e^{f(r)} r^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{1/2}$	${}_{TG} E = f(r) {}_r e^{f(r)} r^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{1/2}$
Sıfır Radyal Tedirginlikli	${}_{GR} E = 0$	${}_{TG} E = 0$
Konformal	${}_{GR} E = 0$	${}_{TG} E = 0$
Şişen	${}_{GR} E = f(r) {}_r e^{f(r)} e^{\lambda t} r^2 \left(1 - \frac{b}{r}\right)^{1/2}$	${}_{GR} E = f(r) {}_r e^{f(r)} e^{\lambda t} r^2 \left(1 - \frac{b}{r}\right)^{1/2}$
FRW Benzeri	${}_{GR} E = f(r) {}_r e^{f(r)} R(t) r^2 \left(1 - kr^2 - \frac{b}{r}\right)^{1/2}$	${}_{GR} E = f(r) {}_r e^{f(r)} R(t) r^2 \left(1 - kr^2 - \frac{b}{r}\right)^{1/2}$
VKD	${}_{GR} E = f(r) {}_r e^{f(r)} r^2 \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{1/2}$	${}_{TG} E = f(r) {}_r e^{f(r)} r^2 \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{1/2}$

Genel relativite ve teleparalel gravitasyon teorileri farklı tanımlanmalarına rağmen, Tablo.1' den de görüldüğü üzere söz konusu kurt deliği çeşitlerinin Møller enerji sonuçları, her iki yaklaşımda da eşit olarak elde edilmiştir. Bunun yanında teleparalel gravitasyon teorisinde elde edilen sonuçlar, teleparalel gravitasyon teorisinin boyutsuz çiftlenim sabitinden bağımsızdırlar. Bu iki sonuç, teleparalel gravitasyon teorisinin genel relativite teorisine eşdeğer olduğu görüşünü desteklemektedir.

Diğer taraftan her iki teoride aynı sonuçların bulunması, söz konusu kurt deliği uzay-zamanları için, Lessner (1990) tarafından öne sürülen Møller enerji-momentum tanımının kullanışlı ve tutarlı bir tanım olduğu görüşünü desteklemektedir.

Konformal kurt delikleri ve sıfır radyal tedirginlikli kurt deliklerinin enerjileri sıfır bulunmuştur. Bu durum madde ve gravitasyonel alandan gelen enerji yoğunluğunun birbirlerini yok etmesi olarak açıklanabilir.

Genel küresel simetrik uzay-zamanın genel relativite ve teleparalel gravitasyon teorisinde hesaplamış olduğumuz Møller enerjileri sırasıyla (63) ve (66) eşitlikleriyle verilmektedir ve bu sonuçlar Xulu (2003) tarafından elde edilen sonuçlarla uyum içindedir. Bunun yanında (63) ve (66) eşitlikleri, Saltı ve Aydoğdu (2006) tarafından elde edilmiş olan statik kurt delikleri, yüklü kurt delikleri ve skaler alanlı kurt deliklerinin Møller enerjilerini de kapsamaktadır ve uyum içindedir.

5.2. Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Hawking Kurt Deliklerinin Enerji-Momentum Dağılımı Sonuçları

Bu bölümde ise Hawking kurt deliklerinin genel relativite ve teleparalel gravitasyon teorilerinde Einstein, Bergmann-Thomson, Landau-Lifshitz ve Møller enerji-momentum dağılımı sonuçları incelenmektedir. Elde edilen sonuçlar Tablo.2’de özetlenmektedir.

Enerji-momentumun yerleştirilmesi ile ilgili yapılan araştırmalar bizlere oldukça ilginç sonuçlar vermektedir. Bazı sistemler göz önüne alındığında, değişik tanımlar kullanılarak elde edilen enerji-momentum dağılımları aynı olurken, bazı sistemler için farklılık gösterebilmektedir. Ayrıca bazı sistemlerin enerji-momentum dağılımları aynı enerji-momentum tanımı için genel relativitede ve teleparalel gravitasyon teorisinde aynı veya farklı sonuçlar verebilmektedir.

Hawking kurt deliklerinin enerji-momentumlarının incelendiği bu çalışmada, genel relativite ve teleparalel gravitasyon teorisinde Einstein, Bergmann-Thomson ve Landau-Lifshitz enerji momentum dağılımlarının eşit olduğu bulunmuştur. Diğer taraftan, farklı enerji-momentum komplekslerinden hesaplanan dağılımların birbirinden farklılık gösterebildiği gözlenmektedir. Örneğin, Tablo.2’den görüldüğü gibi Hawking kurt deliklerinin Einstein, Møller, Landau-Lifshitz ve Bergmann-Thomson enerji-momentum dağılımları birbirlerinden farklıdır. Ayrıca Møller enerji dağılımları aynı olurken, momentum dağılımlarının ise genel relativite ve teleparalel gravitasyon teorisinde birbirinden farklı değerler aldığı elde edilmiştir.

Bunların yanında, elde edilen sonuçlar sıfırdan farklı ve sonlu değerlere sahiptir. Aynı zamanda her iki gravitasyon teorisinde çoğunlukla aynı sonuçların elde edilmesi yine bu iki gravitasyon teorisinin eşdeğer oldukları görüşünü desteklemektedir.

TABLO.2. Hawking Kurt Deliklerinin Genel Relativite ve Teleparalel GravitasyonTeorisindeki Enerji-Momentum Dağılımları (Burada $\Sigma = (A_{xx} + A_{yy} + A_{zz})$ şeklindedir.)

TİP	GR'DE ENERJİ MOMENTUM	TG'DE ENERJİ MOMENTUM
Bergmann-Thomson	${}_{GR}B^{00} = \frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 - A\Sigma}{4\pi A^2}$ ${}_{GR}B^{10} = \frac{AA_{tx} - A_t A_x}{4\pi A^2}$ ${}_{GR}B^{20} = \frac{AA_{ty} - A_t A_y}{4\pi A^2}$ ${}_{GR}B^{30} = \frac{AA_{tz} - A_t A_z}{4\pi A^2}$	${}_{TG}B^{00} = \frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 - A\Sigma}{4\pi A^2}$ ${}_{TG}B^{10} = \frac{AA_{tx} - A_t A_x}{4\pi A^2}$ ${}_{TG}B^{20} = \frac{AA_{ty} - A_t A_y}{4\pi A^2}$ ${}_{TG}B^{30} = \frac{AA_{tz} - A_t A_z}{4\pi A^2}$
Einstein	${}_{GR}E^{00} = \frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 + A\Sigma}{4\pi A^2}$ ${}_{GR}E^{10} = \frac{AA_{tx} + A_t A_x}{4\pi A^2}$ ${}_{GR}E^{20} = \frac{AA_{ty} + A_t A_y}{4\pi A^2}$ ${}_{GR}E^{30} = \frac{AA_{tz} + A_t A_z}{4\pi A^2}$	${}_{TG}E^{00} = \frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 + A\Sigma}{4\pi A^2}$ ${}_{TG}E^{10} = \frac{AA_{tx} + A_t A_x}{4\pi A^2}$ ${}_{TG}E^{20} = \frac{AA_{ty} + A_t A_y}{4\pi A^2}$ ${}_{TG}E^{30} = \frac{AA_{tz} + A_t A_z}{4\pi A^2}$
Landau-Lifshitz	${}_{GR}L^{00} = \frac{-3A^2(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 + \frac{A}{3}\Sigma)}{4\pi}$ ${}_{GR}L^{10} = \frac{A^2(AA_{tx} + 3A_t A_x)}{4\pi}$ ${}_{GR}L^{20} = \frac{A^2(AA_{ty} + 3A_t A_y)}{4\pi}$ ${}_{GR}L^{30} = \frac{A^2(AA_{tz} + 3A_t A_z)}{4\pi}$	${}_{TG}L^{00} = \frac{-3A^2(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 + \frac{A}{3}\Sigma)}{4\pi}$ ${}_{TG}L^{10} = \frac{A^2(AA_{tx} + 3A_t A_x)}{4\pi}$ ${}_{TG}L^{20} = \frac{A^2(AA_{ty} + 3A_t A_y)}{4\pi}$ ${}_{TG}L^{30} = \frac{A^2(AA_{tz} + 3A_t A_z)}{4\pi}$
Møller	${}_{GR}M^{00} = \frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 + A\Sigma}{4\pi A^2}$ ${}_{GR}M^{10} = -\frac{AA_{tx} + A_t A_x}{4\pi A^2}$ ${}_{GR}M^{20} = -\frac{AA_{ty} + A_t A_y}{4\pi A^2}$ ${}_{GR}M^{30} = -\frac{AA_{tz} + A_t A_z}{4\pi A^2}$	${}_{TG}M^{00} = \frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 + A\Sigma}{4\pi A^2}$ ${}_{TG}M^{10} = \frac{AA_{tx} + A_t A_x - A_x^2 - A_y^2 - A_z^2 - A\Sigma}{8\pi A^2}$ ${}_{TG}M^{20} = \frac{AA_{ty} + A_t A_y - A_x^2 - A_y^2 - A_z^2 - A\Sigma}{8\pi A^2}$ ${}_{TG}M^{30} = \frac{AA_{tz} + A_t A_z - A_x^2 - A_y^2 - A_z^2 - A\Sigma}{8\pi A^2}$

5.3. Gödel-Tipi Kurt Deliği Sonuçları

Bu bölümde, karanlık enerji adaylarından hayalet enerjili ve Chaplygin gazlı domain wall'lar tarafından desteklenen, kozmolojik sabitli Gödel evrenine ait Einstein alan denklemleri ve bu denklemlerin çözümleri elde edilmiştir. Bu çözümlerin dönen kurt delikleri uzay-zamanıyla karşılaştırılmasından, domain wall'lar tarafından desteklenen Gödel-tipi kurt delikleri elde edilmiştir. Bu bağlamda; Einstein alan denklemlerinin tam çözümleri, Gödel-tipi kurt deliklerinin sadece katı rotasyon yapabileceğini göstermektedir. Yani ω açsal hızıyla dönme hareketi yapan kurt deliğinin şekli, bu dönme hareketi altında sabit kalmakta ve dönmelerden etkilenmemektedir. Aynı zamanda çözümlerden elde edilen geometri bize orijinal Gödel evrenini göstermektedir.

Bunlara ilave olarak elde edilen çözümler, rotasyon yapan veya yapmayan kurt delikleri ile ilişkili bazı durumları da içermektedir. Örneğin $\Omega = \omega = 0$ olması halinde kozmolojik sabitli dönmeyen kurt deliği çözümleri elde edilir ve bu durumda (173) ve (174) eşitlerinden yoğunluk ve basınç

$$\rho_m = -p_m = -\Lambda - \sigma \quad (206)$$

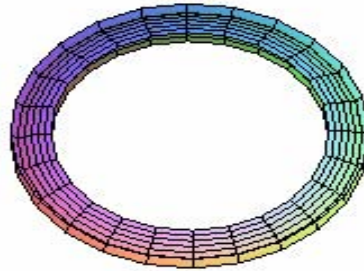
olur. Bu şart altında domain wall'un maddesi ancak Chaplygin gaz olabilmektedir. Çünkü (176)-(178) eşitlikleri yardımıyla sırasıyla hayalet enerjiye ait yoğunluk ile basınç $\rho_m = p_m = 0$ ve domain wall'un gerilim büyüklüğü ise $\sigma = \frac{\Lambda}{k-1}$ olarak elde edilmektedir. Chaplygin gazlı domain wall tarafından desteklenen kozmolojik sabitli kurt delikleri için (179)-(180) eşitlikleri yardımıyla sırasıyla Chaplygin gaza ait yoğunluk ile basınç $\rho_m = -p_m = \pm\sqrt{A}$ ve domain wall'un gerilim büyüklüğü ise $\sigma = -\Lambda \mp \sqrt{A}$ olarak elde edilmektedir.

Diğer taraftan $\Lambda = 0$ olması durumunda, (173)-(180) eşitliklerinden

$$\rho_m + p_m = 2\Omega^2 \quad (207)$$

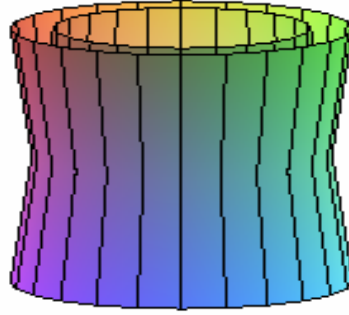
elde edilir. Hayalet enerjili domain wall tarafından desteklenen kozmolojik sabitsiz dönen kurt delikleri için (176)-(178) denklemlerinden hayalet enerjiye ait yoğunluk ile basınç, sırasıyla $\rho_m = \frac{2\Omega^2}{1-k}$ ve $p_m = -\frac{2k\Omega^2}{1-k}$ şeklindedir. Domain wall'un gerilimi ise $\sigma = \frac{k+1}{k-1}\Omega^2$ olarak elde edilmektedir. Bununla birlikte, Chaplygin gazlı domain wall tarafından desteklenen kozmolojik sabitsiz dönen kurt delikleri için (1769)-(181) denklemlerinden Chaplygin gaza ait yoğunluk ile basınç, sırasıyla $\rho_m = \Omega^2 \pm \sqrt{\Omega^4 + A}$, $p_m = \Omega^2 \mp \sqrt{\Omega^4 + A}$ 'dır ve domain wall'un gerilimi de $\sigma = \mp \sqrt{\Omega^4 + A}$ olarak elde edilmektedir.

(205) denklemiyle ifade edilen Gödel-tipi kurt delikleri aynı zamanda geçilebilir kurt delikleridir. Yani $b(r)$ şekil fonksiyonu geçilebilirlik koşulları olan (4)-(6) koşullarını sağlamaktadır. Ayrıca (205) denklemiyle verilen Gödel-tipi kurt deliklerinin sahip olduğu geometri, aşağıdaki şekillerde farklı açılardan incelenmektedir.



Şekil.5.3.1. $a = -1$ durumunda Gödel-tipi kurt delikleri (üstten)

Üstteki şekilde, Gödel-tipi kurt deliklerinin üstten görünüşü verilmiştir ve kurt deliğinin boğazı görülmektedir. Altta ise aynı tür kurt deliklerinin yandan görünüşü verilmiştir ve burada da farklı uzay-zaman parçalarına açılan iki ağız ve bunları birleştiren boğaz yapısı gözlenmektedir.

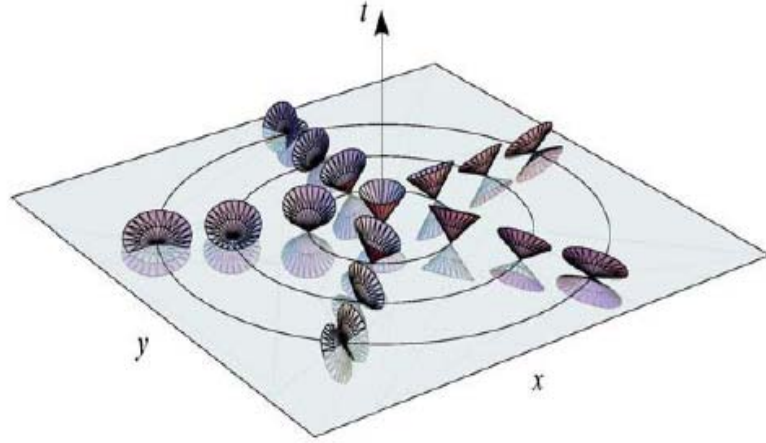


Şekil.5.3.2. $a = -1$ durumunda Gödel-tipi kurt delikleri (yandan)

Gödel-tipi kurt deliklerinin zamanda yolculuğa nasıl izin verdiğini veya farklı iki uzay-zaman arasındaki bağlantıyı nasıl kurduğunu irdelemek için (187) denklemini göz önüne alalım. Bu denklemden kapalı yörüngelerin var olabilmesi yani zamanda yolculuğun mümkün olabilmesi için

$$r > R_{\text{kurtdeligi}} = \ln(1 + \sqrt{2}) \quad (208)$$

şartı elde edilir. Burada $R_{\text{kurtdeligi}}$ gözlemcinin nedensellik (casual) bölgesinin yarıçap doğrultusundaki uzunluğunu göstermektedir. Çünkü bu durumda (187) eşitliği ile verilen metriktaki $d\phi^2$ 'nin başında bulunan metrik potansiyeli negatif olmaktadır. Bu özellik, aynı zamanda farklı uzaysal noktalardaki küçük ışık konilerinin incelenmesiyle daha iyi anlaşılabilir. Örneğin Şekil.5.3.3 bu tür ışık konilerini göstermektedir.



Şekil.5.3.3. $z = 0$ düzlemindeki Gödel-tipi kurt delikleri için ışık konileri (Kajari ve diğ., 2004)

Burada $R_{\text{kurtdeliği}}$ farklı yani nedensel ve nedensel olmayan iki bölgeyi ayıran kritik yarıçap değeridir. Diğer bir deyişle, $R_{\text{kurtdeliği}}$ yarıçapına sahip çember ışıksaldır ve $R_{\text{kurtdeliği}}$ yarıçapına sahip çember dışındaki bölgelerde kapalı zamansal eğriler oluşmaktadır.

Gödel-tipi kurt deliklerinin ufkunu incelemek için, $R - \phi$ düzlemi boyunca, v sabit hızıyla hareket eden bir parçacığın hareket denklemini göz önüne alalım, bu durumda yarıçap

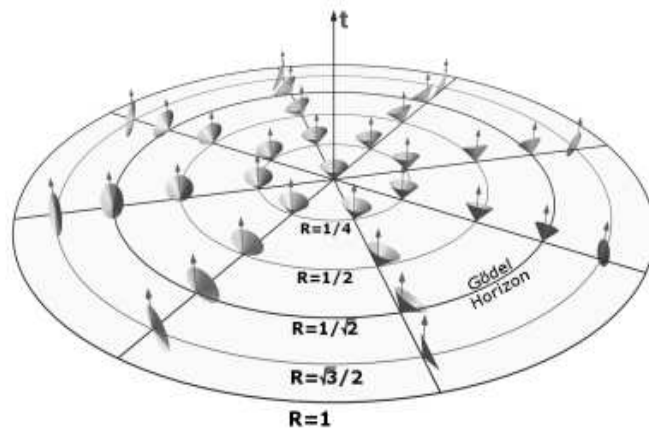
$$R = D \sin(\phi - \phi_0) = \left(v / \sqrt{2} \right) \sin(\phi - \phi_0) \quad (209)$$

olur. Burada D yörünge çapını göstermektedir. Aynı zamanda $r - \phi$ düzleminde yörüngeler yaklaşık olarak

$$r = (v / \omega) \sin(\phi - \phi_0) \quad (210)$$

ile verilir. Burada çap $d = v / \omega$ şeklindedir ve merkezden geçen geodezikler, $R - \phi$ düzlemindeki $D = v / \sqrt{2}$ çaplı çemberlerdir. (209) eşitliğinden görüleceği gibi en büyük yarıçap değeri $R_{\text{max}} = v / \sqrt{2}$ ve dolayısıyla diğer düzlem için $r_{\text{max}} = (\sqrt{2} / \omega) \tanh^{-1}(v / \sqrt{2})$ olmaktadır. Foton söz konusu olduğunda ise bu değer

$r_{\max}^0 = (\sqrt{2}/\omega) \tanh^{-1}(1/\sqrt{2}) = (\sqrt{2}/\omega) \sinh^{-1}(1)$ olur. $r = r_{\max}^0$ bu değer kurt deliğinin ufkunu göstermektedir. Gödel-tip kurt deliği çözümünde elde ettiğimiz $\omega = \sqrt{2} = 2\Omega$ sonuçları kullandığımızda en büyük radyal değer $v = 1$ durumunda $R_{\max} = 1/\sqrt{2}$ olur. İşte bu değer bize $R_{\text{kurtdeliği}}$ kritik değerini göstermektedir. Böylece $R_{\text{kurtdeliği}}$ yarıçaplı Gödel-tip kurt deliklerinin nedensel ve nedensel olmayan bölgeleri ilişkilendiren bir köprü özelliği taşıdığı sonucu elde edilir.



Şekil.5.3.4. Silindirik koordinatlarda Gödel-tipi kurt deliklerinin ışık konisi (Sahdev ve diğ., 2006).

KAYNAKLAR

Adamiak, J. P. 2005. Static and Dynamic Traversable Wormholes. MSc Dissertation (Yüksek Lisans Tezi). University of South Africa, Pretoria, South Africa.

Andrade, V. C. ve Pereira, J. G. 1997. Gravitational Lorentz Force and the Description of the Gravitational Interaction. *Phys. Rev. D.* (56): 4689.

Aygün, M. ve Yılmaz, İ. 2007a. The Møller Energy Complexes of Various Wormholes in General Relativity and Teleparallel Gravity. *Int. J. Theor. Phys.* DOI: 10.1007/s10773-006-9335-5 (Online first).

Aygün, M. ve Yılmaz, İ. 2007b. Energy-Momentum Distribution of Hawking Wormholes in General Relativity and Teleparallel Gravity. (SCI kapsamındaki bir dergide inceleme altında).

Barrow, J. D. ve Tsagas, C. G. 2004. Dynamics and Stability of the Gödel Universe. *Class. Quantum Grav.* 21 (7): 1773-178.

Bento, M. C., Bertolami, O. ve Sen, A. A. 2002. Generalized Chaplygin Gas, Accelerated Expansion, and Dark-Energy-Matter Unification. *Phys. Rev. D.* (66): 043507.

Bergmann, P. G. ve Thomson, R. 1953. Spin and Angular Momentum in General Relativity. *Phys. Rev.* (89): 400.

Bonnor, W. B. 2003. Closed Timelike Curves in Classical Relativity. *Int. J. Mod. Phys. D.* 12 (09): 1705-1708.

Caldwell, R. R. 2002. A Phantom Menace? Cosmological Consequences of a Dark Energy Component with Super-Negative Equation of State. *Phys. Lett. B.* (545): 23-29.

Caldwell, R. R., Kamionkowski, M. ve Weinberg, N. N. 2003. Phantom Energy: Dark Energy with $w < -1$ Causes a Cosmic Doomsday. *Phys. Rev. Lett.* (91): 071301.

Clement, G. 1997. Flat Wormholes from Straight Cosmic Strings. *J. Math. Phys.* (38): 5807.

Culetu, H. 1990. The Hawking Wormhole and Conformal Invariance. *Europhysics Letters.* (12) 487.

- Culetu, H. 2003. On the Gravitational Energy of the Hawking Wormhole. *Int. J. Mod. Phys. A.* 18 (23): 4251-4256.
- Culetu, H. 2006. The Horizon Entropy of the Hawking Wormhole Spacetime in Spherical Rindler Coordinates. *Acta Physica Polonica B.* 37 (10): 2761.
- De Benedictis, A. ve Das, A. 2001. On a General Class of Wormhole Geometries. *Class. Quantum Grav.* (18): 1187.
- Einstein, A. 1915. Zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*. 778-786.
- Einstein, A. ve Rosen, N. 1935. The Particle Problem in the General Theory of Relativity. *Phys. Rev.*,. (48): 73.
- Guts, A. K. 1996. Time Machine as Four-dimensional Wormhole. arXiv:gr-qc/9612064.
- Gödel, K. 1949. An Example of a New Type of Cosmological Solution of Einstein's Field Equations of Gravitation. *Rev. Mod. Phys.* (21): 447.
- Gürses, M., Karasu, A. ve Sarıoğlu, Ö. 2005. Gödel-type Metrics in Various Dimensions. *Classical and Quantum Gravity*. 22.(9): 1527-1543.
- Hayashi, K. ve Shirafuji, T. 1979. New General Relativity. *Phys. Rev. D.* (19): 3524.
- Hochberg, D. ve Visser, M. 1997. Geometric Structure of Generic Static Traversable Wormhole Throat. *Phys. Rev. D.* (56): 4745.
- Hong, S. T. ve Kim, S. W. 2006. Can Wormholes Have Negative Temperatures? *Mod. Phys. Lett. A.* (21): 789-794.
- Kajari, E., Walser, R., Schleich, W. P. ve Delgado, A. 2004. Sagnac Effect of Gödel's Universe. arXiv:gr-qc/0404032.
- Kamenshchik, A. Y. ve Moschella, U ve Pasquer, V. 2001. An Alternative to Quintessence. *Phys. Lett. B.* (511): 265.
- Kar, S. 1994. Evolving Wormholes and the Weak Energy Condition. *Phys. Rev. D.* (49): 862-865.
- Kar, S. ve Sahdev, D. 1996. Evolving Lorentzian Wormholes. *Phys. Rev. D.* (53): 722.
- Kuhfitting, P. K. F. 2003. Axially Symmetric Rotating Traversable Wormholes. *Phys. Rev. D.* (67): 064015.

- Landau, L. D. ve Lifshitz, E. M. 1987. *The Classical Theory of Fields*. (4th ed.). Pergamon Pres, Oxford.
- Lemos, J. P. S., Lobo, F. S. N. ve de Oliveria, S. Q. 2003. Morris- Thorne Wormholes with a Cosmological Constant. *Phys. Rev. D*. (68): 064004.
- Lessner, G. 1990. *Gen. Rel. Grav.* (28): 527.
- Li-Xin, L. 2001. Two Open Universes Connected by a Wormhole: Exact Solutions. *J. Geom. Phys.* (40): 154.
- Lobo, F. S. N. 2005. Phantom Energy Traversable Wormholes. *Phys. Rev. D*. (71): 084011.
- Lobo, F. S. N. 2006. Energy Conditions, Traversable Wormholes and Dust Shells. *Gen. Rel. Grav.* 37 (12): 2023-2038.
- Møller, C. 1958. On the Localization of the Energy of a Physical System in the General Theory of Relativity. *Ann. Phys.* (4): 347.
- Møller, C. 1961. Further Remarks on the Localization of the Energy in the General Theory of Relativity. *Ann. Phys.* (12): 118.
- Møller, C. 1978. *Mat. Fys. Skr. Danske. Vid. Selsk.* (39):1.
- Misner, C. W. ve Wheeler, J. A. 1957. Classical Physics as Geometry: Gravitation, Electromagnetism, Unquantized Charge and Mass as Properties of Curved Empty Space. *Ann. Phys.* (2): 525.
- Morris, M. S. ve Thorne, K. S. 1988. Wormholes in Space-time and Their Use of Intersellar Travel: A Tool for Teaching General Relativity. *Am. J. Phys.* (56) 395.
- Okuyama, N. ve Maeda, K. 2004. Domain Wall Dynamics in Brane World and Nonsingular Cosmological Models. *Phys. Rev. D*. (71): 08405.
- Papapetrou, A. 1948. The Question of Non-Singular Solutions in the Generalized Theory of Gravitation. *Proc. R. Irish. Acad. A*. (52): 11.
- Roman, T. A. 1993. Inflating Lorentzian Wormholes. *Phys. Rev. D*. (47): 1370.
- Qadir, A. ve Sharif, M. 1992. General Formula for the Momentum Imparted to Test Particles in Arbitrary Spacetimes. *Phys. Lett. A*. (167): 331.
- Sahdev, D., Sundararaman, R. ve Modgil, M. S. 2006. The Gödel Universe: A Practical Travel Guide. arXiv:gr-qc/0611093.
- Saltı, M. ve Aydoğdu, O. 2006. Energy of a Charged Wormhole. *Int. J. Theor. Phys.* (45): 1891-1900.
- Teo, E. 1998. Rotating Traversable Wormholes. *Phys. Rev. D*. (17): 024014.

- Tolman, R. C. 1934. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology*. Oxford University Press, London. 227.
- Vargas, T. 2004. The Energy of the Universe in Teleparallel Gravity. *Gen. Rel. Grav.* (36): 1255.
- Vikman, A. 2005. Can Dark Energy Evolve to the Phantom? *Phys. Rev. D.* (71) 023515.
- Virbhadra, K. S. 1999. Naked Singularities and Seifert's Conjecture. *Phys. Rev. D.* (60): 104041.
- Visser, M. 1989. Traversable Wormholes: Some Simple Examples. *Phys. Rev. D.* (39) 3182.
- Visser, M., Kar, S. ve Dadhich, N. 2003. Traversable Wormholes with Arbitrarily Small Energy Condition Violations, *Phys. Rev. Lett.* (90) 201102.
- Wald, R. M. 1984. *General Relativity*. Chicago Press, Chicago, London. 439-450.
- Wei, H., Cai, R. G. ve Zeng, D. 2005. Hessian: a New View of Quintom Dark Energy. *Class. Quan. Grav.* (22): 3189-3202.
- Weinberg, S. 1972. *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of General Theory of Relativity*. Wiley, New York. 165.
- Weitzenböck, R. 1923. *Invariantentheorie*. Groningen, Noordhoff.
- Yılmaz, İ. ve Aygün, M. 2007. Rigidly Rotating Gödel-Type Wormhole Supported By Domain Wall. (SCI kapsamındaki bir dergide inceleme altında).
- Xulu, S. S. 2003. Møller Energy of the Nonstatic Spherically Symmetric Space-Time. *Astrophys. Space. Sci.* 283 (1): 23-32.
- Zaslavskii, O. B. 2005. Exactly Solvable Model of a Wormhole Supported by Phantom Energy. *Phys. Rev. D.* (72): 061303.
- Zhang, X. ve Wu, F. 2005. Constraints on Holographic Dark Energy from Type Ia Supernova Observations. *Phys. Rev. D.* (72): 043524.

ÇİZELGELER

	Sayfa
TABLO.1. Çeşitli Kurt Deliklerinin Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorisinde Møller Enerjileri.....	49
TABLO.2. Hawking Kurt Deliklerinin Genel Relativite ve Teleparalel Gravitasyon Teorisindeki Enerji-Momentum Dağılımları.....	52

ŞEKİLLER

	Sayfa
Şekil 1.1. Einstein-Rosen Köprüsü.....	2
Şekil.5.3.1. $a = -1$ durumunda Gödel-tipi kurt delikleri (üstten).....	54
Şekil.5.3.2. $a = -1$ durumunda Gödel-tipi kurt delikleri (yandan).....	55
Şekil.5.3.3. $z = 0$ düzleminde gösterilen Gödel-tip kurt deliklerinde ışık konileri.....	56
Şekil.5.3.4. Silindirik koordinatlarda Gödel-tip kurt deliklerinin ışık konisi haritası.....	57

YAŞAM ÖYKÜSÜ

29 Nisan 1980 yılında İzmir’de dünyaya gelmiştir. İlkokul eğitimini İzmir’in Dikili ilçesinde Ali Çetinkaya İlkokulunda, orta okul eğitimini Dikili Orta Okulunda, Lise eğitimini ise Dikili Lisesinde Lise 3.’lüğü derecesi olarak tamamlamıştır. 1997 yılında kayıt yaptırdığı Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümünden 2001 yılında başarıyla mezun olmuştur. 2002 yılında Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans eğitimine başlamış, 2004’te “Erken Evrendeki Bazı Topolojik Yapıların Oluşumu ve Gravitasyonel Alanları” üzerine hazırladığı yüksek lisans teziyle mezun olmuştur. 2002’den bu yana Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesinde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır. Çalışma alanları matematiksel fizik, genel relativite, kozmoloji, topolojik kusurlar, kurt delikleri olarak sıralanabilir.